Silikáty *XXIII*, s. 71—82 (1979)

Laboratorní a výpočetní technika

MATEMATICKÉ ZPRACOVÁNÍ DAT Z TANGENCIÁLNÍHO POLARIMETRU

JAN KAVKA

Státní výzkumný ústav sklářský, 501 92 Hradec Králové, Škroupova 957

Došlo 26. 1. 1978

Práce uvádí matematický postup vyhodnocování průběhu napětí ve stěně dutého výrobku prováděný pomocí samočinného počítače spojeného se souřadnicovým zapisovačem. Jsou porovnávány různé způsoby výpočtu křivky, která se prokládá vypočtenými hodnotami napětí napříč stěnou výrobku. Jako nejvhodnější se jeví výpočet paraboly obecného stupně metodou nejmenších čtverců. V případě výrobků se silně nesymetrickým rozložením napětí se osvědčilo rozdělení této paraboly na dvě obecně různé nezávislé části.

ÚVOD

Při studiu rozložení napětí ve stěnách dutých válcových výrobků, např. nádob, trub, krytů svítidel apod., se v SVÚS úspěšně používá tangenciální polarimetr. Popis tohoto přístroje, postaveného v SVÚS, a metodiku měření podává práce Novotného [1]. Postup měření: Na fotografickou desku se zaznamenají interferenční proužky vzniklé průchodem polarizovaného světla stěnou výrobku, kompenzátorem a analyzátorem. Na fotografii se stěna výrobku rozdělí na příslušný počet pásem (v běžném případě na 6) a na hranicích jednotlivých pásem se odečtou vzdálenosti proužku prvního interferenčního maxima od nulové linie kompenzátoru. Přepočet změřených vzdáleností na hodnoty měrného dráhového rozdílu se provádí na samočinném stolním počítači Hewlett-Packard 9810 A. Po nahrání vstupních dat (změřené vzdálenosti, vzdálenost na fotografii odpovídající kalibrovanému dráhovému rozdílu, počet pásem, tloušťka stěny a poloměr výrobku) provede počítač podle vypracovaného programu výpočet a tisk hodnot měrného dráhového rozdílu v jednotlivých pásmech.

Další zpracování se dosud provádělo ručně: Vypočtené hodnoty měrného dráhového rozdílu se vynesly do grafu, nakreslenými body se proložila křivka a z ní se odečítaly extrapolované hodnoty měrného dráhového rozdílu na vnějším a vnitřním povrchu a měrný dráhový rozdíl odpovídající maximálnímu tahovému napětí (tj. minimum proložené křivky). Nevýhody tohoto postupu jsou zcela zřejmé: poměrně značná pracnost, velká individuální chyba a mnohdy nedostačující reprodukovatelnost.

POSTUP AUTOMATICKÉHO ZPRACOVÁNÍ VÝSLEDKŮ

Ve snaze odstranit výše uvedené nedostatky ručního vyhodnocování byl vypracován program pro celkové matematické zpracování dat, prováděné pomocí samočinného počítače s připojeným souřadnicovým zapisovačem. První část celého programu je v principu shodná s původním postupem: Na základě vstupních dat vypočte počítač hodnoty měrného dráhového rozdílu v jednotlivých pásmech podle rekurentního vztahu

$$X_i = \frac{1}{a_{i,\,i}} \left(\frac{\Delta l_i}{2} - \sum_{k=1}^{i-1} X_k \, . \, a_{i,\,i-(k-1)} \right), \tag{1}$$

kde

$$a_{i,j} = \sqrt{\frac{D}{n} \left\{ 2jR - [i^2 - (i-j)^2] \frac{D}{n} \right\}} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{i,\,k}, \tag{2}$$

přičemž X_i — měrný dráhový rozdíl v i-tém pásmu,
l_i — vzdálenost odečtená na fotografii na konci i-tého pásma,
Δ — dráhový rozdíl odpovídající vzdálenosti interferenčních proužků 1 cm,
n — počet pásem,
D — tloušťka stěny výrobku,
R — poloměr,
j, k — sčítací indexy.

Vypočtené hodnoty počítač vytiskne a připojený souřadnicový zapisovač je zakreslí spolu se souřadnými osami po zvolení měřítka osy měrného dráhového rozdílu z klávesnice počítače. V dalším kroku počítač vypočte parametry křivky, kterou zapisovač proloží zakreslenými body. V poslední části postupu počítač vypočte a vytiskne hodnoty měrného dráhového rozdílu na vnějším a vnitřním povrchu výrobku (extrapolace s použitím vypočtené křivky) a měrný dráhový rozdíl odpovídající maximální hodnotě tahového napětí (minimum vypočtené křivky).

Nejpodstatnějším zlepšením, které přináší uváděný postup, je exaktní matematické určování křivky průběhu napětí na základě vypočtených hodnot X_i. Úlohu určit funkční závislost z daných bodů je možno řešit v principu dvojím způsobem:

1. Typ funkce se určí v průběhu výpočtu, funkce prochází všemi danými body.
2. Typ funkce se určí předem, číselné hodnoty koeficientů se určí v průběhu výpočtu, funkce neprochází všemi body, ale čtverce odchylek funkce od daných bodů jsou minimální.

V prvním případě se většinou používá k proložení interpolačního polynomu nejvýše (n-1)ního stupně n danými body, v druhém případě se hodnoty parametrů předem daného typu funkce určí metodou nejmenších čtverců (minimalizace součtu kvadrátů odchylek funkce od daných bodů). Při výpočtu průběhu napětí byly použity obě uvedené metody.

VÝPOČET PRŮBĚHU NAPĚTÍ

Proložení interpolačním polynomem

Vypočtenými hodnotami $X_1, X_2, \ldots X_n$ byl proložen interpolační polynom (n-1)ního stupně podle 1. Newtonovy formule pro ekvidistantní krok argumentu

$$P_{n-1}(x) = X_1 + q\Delta X_1 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 X_1 + \ldots +$$

$$+ \frac{q(q-1)\ldots(q-n+2)}{(n-1)!} \cdot \Delta^{n-1} X_1, \tag{3}$$

kde

x — vzdálenost měřená od vnějšího povrchu k vnitřnímu,

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ — vzdálenosti středů pásem od vnějšího povrchu,

$$q = \frac{x - x_1}{h},$$

$h = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_i - x_{i-1}$,

ΔX_1, $\Delta^2 X_1, \ldots, \Delta^{n-1} X_1$ — diference 1. až (n-1)ního řádu funkce $X = f(x)$ v bodě x_1 ([2]).

Výsledky získané použitím této metody na několika změřených vzorcích důlních krytů ze skla Simax se vzájemně příliš nelišily, typický průběh vypočteného a zakresleného interpolačního polynomu ukazuje obr. 1 pro rozdělení stěny výrobku na 6 a 12 pásem.

Určení parametrů předem daného typu funkce

Podle literárních údajů (např. [3]) má rozložení napětí ve stěnách chlazených výrobků přibližně tvar paraboly 2. stupně, u tvrzených výrobků potom stupeň paraboly mírně stoupá.

a) Proložení paraboly 2. stupně

Pro parabolickou regresi typu

$$y = Ax^2 + Bx + C \tag{4}$$

vede metoda nejmenších čtverců na systém

$$\begin{aligned} A\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + B\sum_{i=1}^{n} x_i + Cn - \sum_{i=1}^{n} y_i &= 0, \\ A\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + B\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + C\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i y_i &= 0, \\ A\sum_{i=1}^{n} x_i^4 + B\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + C\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i &= 0, \end{aligned} \tag{5}$$

(např. [4]),

kde $y_1, \ldots, y_n$ jsou dané hodnoty hledané funkce v bodech $x_1, \ldots, x_n$. Pro převedení rovnice paraboly do přehlednějšího tvaru

$$y - y_0 = a(x - x_0)^2 \tag{6}$$

platí vztahy

$$a = A, \tag{7}$$

$$x_0 = -\frac{B}{2A}, \tag{8}$$

$$y_0 = C - \frac{B^2}{4A}. \tag{9}$$

Typické výsledky získané touto metodou ukazuje obr. 2.

b) Proložení paraboly obecného stupně

Jak již bylo řečeno v úvodu této kapitoly, průběh napětí ve stěně tvrzených výrobků má přibližně tvar paraboly stupně > 2. V základním vztahu

$$y - y_0 = a(|x - x_0|)^b \tag{10}$$

jsou čtyři neznámé parametry x_0, y_0, a, b, z nichž lze přímým výpočtem založeným na minimalizaci čtverců odchylek (metoda nejmenších čtverců) určit pouze hodnoty a, b. Veličiny x_0, y_0, jež jsou de facto souřadnicemi vrcholu paraboly (10), je nutno znát předem. Tento problém byl vyřešen tím způsobem, že se vrchol paraboly obecného stupně b ztotožnil s vrcholem kvadratické paraboly, vypočtené pomocí systému (5) a vztahů (8), (9). Jelikož $2 \leqq b \leqq 3$, přičemž kromě extrémních případů je $b < 2{,}5$, nezanáší tento předpoklad do výpočtu prakticky žádnou významnou chybu.

Konstanty a, b ze vztahu (10) lze z vypočtených bodů $X_1, \ldots X_n$ vypočítat metodou nejmenších čtverců dvojím způsobem:
Podle prvního způsobu se vztah (10) zlogaritmuje

$$\ln(y - y_0) = \ln a + b \ln(|x - x_0|) \tag{11}$$

a parametry výrazu (11) se spočtou metodou nejmenších čtverců pro lineární regresi. Výsledky získané tímto způsobem jsou uvedeny na obr. 3.

Druhý způsob nepoužívá logaritmické transformace (11), ale aplikuje metodu nejmenších čtverců přímo na výraz (10). Derivováním součtu čtverců odchylek se získají rovnice

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - y_0)(|x_i - x_0|)^b}{\sum_{i=1}^{n} (|x_i - x_0|)^{2b}}, \tag{12}$$

$$f(b) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - y_0)(|x_i - x_0|)^b}{\sum_{i=1}^{n} (|x_i - x_0|)^{2b}} \sum_{i=1}^{n} (|x_i - x_0|)^{2b} . \ln(|x_i - x_0|) - \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_0)(|x_i - x_0|)^b . \ln(|x_i - x_0|) = 0. \tag{13}$$

Exponenciální rovnice (13) byla řešena numericky Newtonovou metodou tečen. Odchylka k-té iterace řešení b_k od skutečného kořenu β se počítala podle vztahu

$$|\beta - b_k| \leqq \frac{|f(b_k)|}{\min |f'(b)|}, \tag{14}$$

kde f' je derivace funkce f ze vztahu (13) podle b (viz např. [2]). Vypočtená hodnota b se dosadila do vztahu (12), z něhož se vypočetl parametr a.

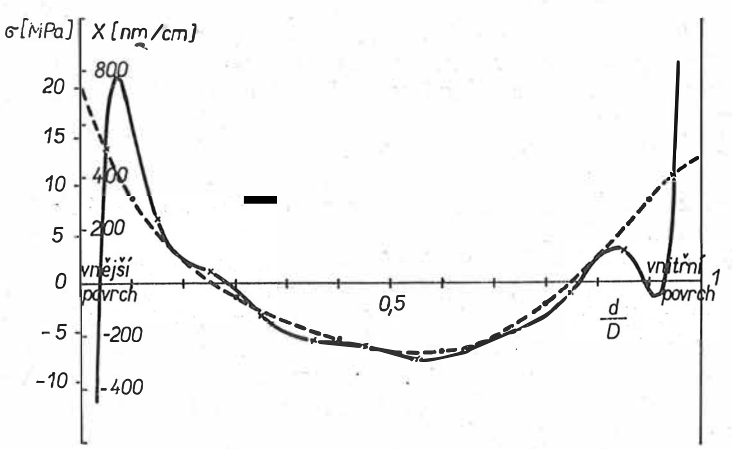
Typické výsledky, získané tímto způsobem, jsou uvedeny na obr. 4 (pro tentýž vzorek jako na obr. 2), přičemž iterační výpočet kořenu β rovnice (13) se prováděl až do dosažení přesnosti

$$\varepsilon = |\beta - b_k| \leqq 10^{-2} \tag{15}$$

a přibližné řešení b_k se dosadilo do rovnice (12).

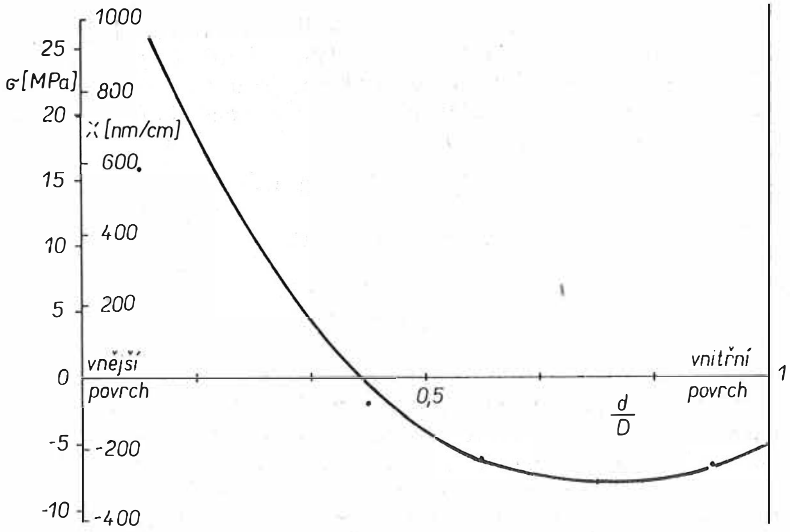
DISKUSE

Porovnáme-li kvalitu proložení hodnot měrného dráhového rozdílu X_1, ..., X_n křivkami vypočtenými podle jednotlivých výše uvedených metod, můžeme okamžitě jako naprosto nevhodný vyloučit interpolační polynom. Při nižším počtu pásem (např. $n = 6$) je stupeň interpolačního polynomu nízký a jeho špatné vlastnosti se omezují na mírné zvlnění, které ovšem zhoršuje přesnost určování hodnoty maximálního tahového napětí (resp. jemu odpovídající hodnoty měrného dráhového rozdílu). Při vyšším počtu pásem (např. $n = 12$) způsobuje však vysoký stupeň polynomu velice nepříjemné efekty, které jeho použití zcela vylučují (obr. 1).



Obr. 1. Průběh napětí popř. měrného dráhového rozdílu ve stěně důlního krytu aproximovaný Newtonovým interpolačním polynomem; σ — napětí, X — měrný dráhový rozdíl, d — vzdálenost měřená od vnějšího povrchu k vnitřnímu, D — tloušťka stěny, n — počet pásem;
—.—.—. n = 6,
—x—x—x n = 12.

Proložení paraboly obecného stupně pomocí logaritmické transformace (11) je rovněž nevhodné. Při tomto způsobu se totiž minimalizují relativní odchylky hledané funkce od daných bodů. Tím se ve skutečnosti zvětšují absolutní odchylky pro větší hodnoty X_i, což je pro prokládání křivky naprosto nepřijatelné, jak je jasně vidět z obr. 3.

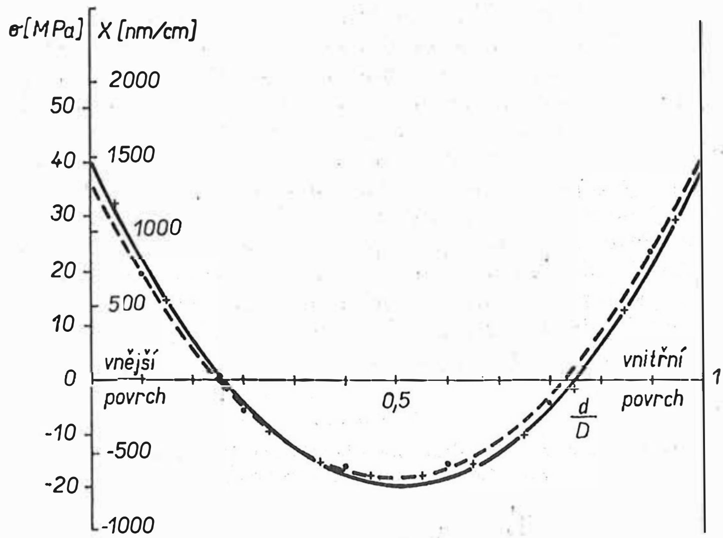


Obr. 3. Průběh napětí popř. měrného dráhového rozdílu ve stěně důlního krytu aproximovaný parabolou stupně b pomocí logaritmické transformace; σ — napětí, X — měrný dráhový rozdíl, d — vzdálenost měřená od vnějšího povrchu k vnitřnímu, D — tloušťka stěny.

Rozdíly mezi parabolou druhého stupně a parabolou obecného stupně, vypočtenou podle vztahů (12) — (15) (obr. 2 a 4), nejsou na první pohled zřejmé. Jsou dokonce výrazně menší než rozdíly mezi výpočtem pro 6 pásem a 12 pásem u obou typů křivek. Příčinou této skutečnosti jsou rozdíly v přesnosti určování bodů X_i při různém počtu pásem. Vlastní kvality proložení těchto bodů je třeba porovnat při stejném počtu pásem. Pro nejběžněji užívaný počet $n = 6$ podává toto srovnání, provedené na šesti vzorcích dutých výrobků, tabulka I (pro $n = 12$ jsou výsledky obdobné). Obrázek 2 a 4 odpovídá vzorku č. 3.

Je vidět, že menší směrodatné odchylky se dosahuje použitím paraboly obecného stupně. Křivka proložená touto metodou tedy lépe vystihuje průběh měrného dráhového rozdílu měřenými body a lze předpokládat, že i extrapolované hodnoty na vnějším a vnitřním povrchu jsou tímto způsobem určeny přesněji. Hodnoty exponentu b jsou u šesti použitých výběrových vzorků $\leqq 2{,}12$, přiblížení použité při výpočtu souřadnic vrcholu paraboly x_0, y_0 ze vztahu (10) je tedy oprávněné.

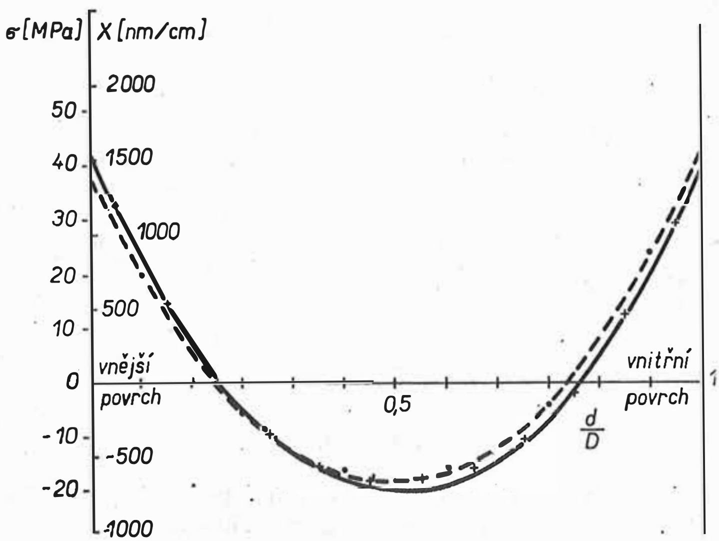
Jelikož se v praxi vyskytují též výrobky se silně nesymetrickým rozložením napětí ve stěně, bylo pro tyto případy vypracováno další zjemnění výpočtu, které je založeno na rozdělení křivky napětí do dvou nezávislých částí. Začátek výpočetního postupu zůstává nezměněn: vypočtenými body $X_1, \ldots, X_n$ se proloží kvadratická parabola, jejíž vrchol označíme x_0, y_0. Body $X_1, \ldots, X_n$



Obr. 2. Průběh napětí popř. měrného dráhového rozdílu ve stěně důlního krytu aproximovaný parabolou 2. stupně. σ — napětí, X — měrný dráhový rozdíl, d — vzdálenost měřená od vnějšího povrchu k vnitřnímu, D — tloušťka stěny, n — počet pásem;

—.—.—. $n = 6$,

—x—x—x $n = 12$.



Obr. 4. Průběh napětí popř. měrného dráhového rozdílu ve stěně důlního krytu aproximovaný parabolou stupně b vypočtenou přímo; σ — napětí, X — měrný dráhový rozdíl, d — vzdálenost měřená od vnějšího povrchu k vnitřnímu, D — tloušťka stěny, n — počet pásem;

—.—.—. $n = 6$,

—x—x—x $n = 12$.

se nyní rozdělí na část od vnějšího povrchu k bodu x_0 a část od x_0 k vnitřnímu povrchu. Každou částí zvlášť se potom proloží paraboly obecného stupně b_1, b_2 se společným vrcholem x_0, y_0 podle vztahů (12) — (16). Přechod jedné křivky ve druhou v bodě x_0 je díky nulovosti 1. a 2. derivace funkce (10) v bodě $x = x_0$ pro všechna $b \geqq 2$ naprosto hladký.

V tabulce II jsou porovnány výsledky získané pomocí jedné celé popř. dvou částečných obecných parabol na pěti vzorcích dutých výrobků. Z této tabulky a z obr. 5, který odpovídá vzorku č. 3, je vidět, že u výrobků s nesymetricky rozloženým napětím se užitím postupu se dvěma částečnými křivkami dosáhne podstatně lepších výsledků než při proložení jediné křivky. Vypočtené exponenty b_1, b_2 se u proměřených vzorků kromě jednoho výjimečného případu pohybovaly mezi hodnotou 2 a 2,5, což opět opravňuje použitou aproximaci při výpočtu společného vrcholu parabol x_0, y_0.

Tabulka I.

Proložení hodnot měrného dráhového rozdílu ve stěně dutého výrobku kvadratickou a obecnou parabolou

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^{6} [X_i - (Ax_i^2 + Bx_i + C)]^2}$$

$$\text{resp. } \sigma = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^{6} \{X_i - [y_0 + a(|x_i - x_0|)^b]\}^2} \quad \text{— směrodatná odchylka}$$

X — hodnoty měrného dráhového rozdílu na vnějším a vnitřním povrchu extrapolované pomocí kvadratické popř. obecné paraboly.

Číslo vzorku	Kvadratická parabola σ	Kvadratická parabola X [nm/cm] vnější povrch	Kvadratická parabola X [nm/cm] vnitřní povrch	Obecná parabola σ	Obecná parabola X [nm/cm] vnější povrch	Obecná parabola X [nm/cm] vnitřní povrch	Obecná parabola Exponent b
1	85	3 701	3 858	71	3 843	4 012	2,11
2	57	2 408	3 953	57	2 412	3 966	2,01
3	32	1 350	1 505	23	1 404	1 574	2,12
4	87	2 801	2 584	32	2 709	2 648	1,97
5	33	2 398	1 536	26	2 476	1 563	2,08
6	12	572	558	12	579	565	2,04

ZÁVĚR

Bylo ověřeno 5 metod výpočtu křivky průběhu napětí ve stěně dutých výrobků na základě měření tangenciálním polarimetrem. Nejlepší výsledky poskytuje proložení paraboly (10) obecného stupně $b \in \langle 2, 3 \rangle$, která se vypočte z výrazů (12)—(16) numerickými metodami. V případě silně nesymetrického rozložení napětí je nejvhodnější metodou rozdělení na dvě nezávislé křivky typu (10). Program výpočtu nebo jeho algoritmus je pro případné zájemce k dispozici na adrese autora.

Tabulka II.

Proložení hodnot měrného dráhového rozdílu ve stěně dutého výrobku jednou celou a dvěma částečnými obecnými parabolami

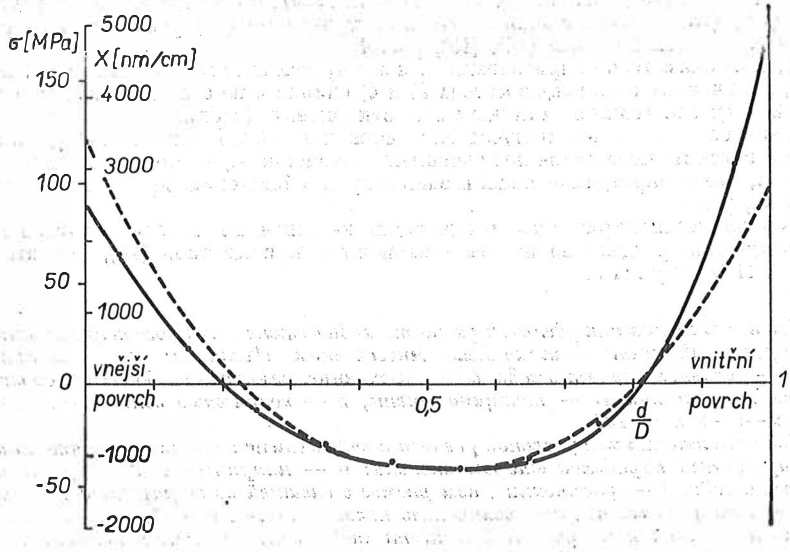
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\{X_i - [y_0 + a(|x_i - x_0|)^b]\}^2}$$

$$\text{resp. } \sigma = \sqrt{\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{3}\{X_i - [y_0 + a(|x_i - x_0|)^{b_1}]\}^2 + \frac{1}{5}\sum_{i=6}^{10}\{X_i - [y_0 + a(|x_i - x_0|)^{b_2}]\}^2}$$

— směrodatná odchylka

X — hodnoty měrného dráhového rozdílu na vnějším a vnitřním povrchu extrapolované pomocí jedné celé resp. dvou částečných parabol.

Číslo vzorku	Celá parabola				Dvě částečné paraboly				
	σ	X [nm/cm] vnější povrch	X [nm/cm] vnitřní povrch	Exponent b	σ	X [nm/cm] vnější povrch	X [nm/cm] vnitřní povrch	Exponenty b_1	Exponenty b_2
1	149	2 392	3 639	2,11	131	2 959	3 840	2,41	2,53
2	142	2 892	3 425	2,25	78	2 591	3 594	2,24	2,18
3	506	3 521	2 716	2,35	54	2 583	4 895	2,33	3,30
4	41	362	535	1,94	12	505	475	2,22	1,98
5	22	472	363	2,17	21	485	342	2,19	2,10



Obr. 5. Průběh napětí resp. měrného dráhového rozdílu ve stěně důlního krytu aproximovaný parabolou stupně b vypočtenou přímo; σ — napětí, X — měrný dráhový rozdíl, d — vzdálenost měřená od vnějšího povrchu k vnitřnímu, D — tloušťka stěny;
— — — — celá křivka,
———— složené ze dvou křivek.

Literatura

[1] Novotný V.: Sklář a keramik *18*, 287 (1968).
[2] Dĕmidovič B. P., Maron J. A.: *Základy numerické matematiky*, str. 136, str. 551. SNTL, Praha 1966.
[3] Gardon R.: *Tempering of Flat Glass by Forced Convection*. Paper No. 79, Proc. VIIth Internat. Congress on Glass, Brussels 1965.
[4] Felix M., Bláha K.: *Matematickostatistické metody v chemickém průmyslu*, str. 134. SNTL, Praha 1962.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО ПОЛЯРИМЕТРА

Ян Кавка

Государственный научно-исследовательский институт стекла, Градец Кралове

В предлагаемой работе рассматривается способ определения кривой хода напряжения или удельной разности хода в стенах полых стеклянных изделий на основании измерений, проводимых с помощью тангенциального поляриметра [1]. Расчет и вынесение кривых проводили с помощью настольного калкулятора, сопряженного с координатным самописцем.

Фотосъемки интерференционных полос, полученные с помощью тангенциального поляриметра измеряются и согласно отношениям (1), (2) рассчитаются величины X_i удельной разности хода в данных точках нацрез стены изделия. Для проложения этих точек применялись следующие типы кривых:
1. интерполяционный многочлен (3) согласно первой формуле Ньютона для эквидистантного шага аргумента, рис. 1;
2. квадратическая парабола (4) или (6), рассчитанная с помощью метода наименьших квадратов (5), рис. 2;
3. общая парабола (10), растчитанная методом наименьших квадратов с помощью логарифмической трансформации (11), рис. 3;
4. общая парабола (10), рассчитанная методом наименьших квадратов непосредственно согласно (12), (13), причем экспоненциальное уравнение (13) решалось нумерически методом касательных Ньютона (14), (15), рис. 4.
Методы 1) и 3) оказались непригодными и поэтому исключались — см. рис. 1 и 3. Результаты, полученные с помощью метода 2) и 4) слишком не отличаются друг от друга (см. рис. 2 и 4); сопоссавляя стандартные отклонения (таблица I), можно сказать, что более точное изображение получается применением общей параболы (10), рассчитанной прямо. Рассчитанные величины экспонента параболы b, которые приводятся также в таблице I, дают оправдание использованному приближению при расчете вершины параболы x_0, y_0.

При сильно несимметрическом размещении напряжения наиболее пригодным методом оказывается разделение на две независимые кривые типа (10), как это видно из таблицы II и рисунка 5.

Рис. 1. Ход напряжения или удельной разности хода в стене шахтного колпака, аппроксимированный интерполяционным многочленом Ньютона; σ — напряжение, X — удельная разность хода, d — расстояние, измеряемое с внешней до внутренней поверхности, D — толщина стены, n — количество вон. —.—.—. n = 6, —x—x—x n = 12.

Рис. 2. Ход напряжения или удельной разности хода в стене шахтного колпака, аппроксимированный параболой второй степени; σ — напряжение, X — удельная разность хода, d — расстояние, измеряемое с внешней до внутренней поверхности, D — толщина стены, n — количество полос, —.—.—. n = 6, —x—x—x n = 12.

Рис. 3. Ход на жения или удельной разности хода в стене шахтного колпака аппроксимированный параболой степени b с помощью логарифмической трансфромации; σ — напряжение X — удельная разность хода, d — расстояние, измеряемое с внешней до внутренней поверхности, D — толщина стены.

Рис. 4. Ход напряжения или удельной разности хода в стене шахтного колпака, аппроксимированный параболой степени b, рассчитанной прямо; σ — напряжение, X —

удельная разность хода, d — расстояние, измеряемое с внешней до внутренней поверхности, D — толщина стены, n — количество зон —.—.—. n = 6, —x—x—x n = 12.

Рис. 5. Ход напряжения или удельной разности хода в стене шахтного колпака, аппроксимированный параболой степени b, рассчитанной прям•. σ — напряжение, X — удельная разность хода, d — расстояние, измеряемое с внешней до внутренней поверхности, D — толщина стены. — — — — — полная кривая, ———— состоящее из двух кривых.

MATHEMATICAL PROCESSING OF DATA OBTAINED FROM THE TANGENTIAL POLARIMETER

Jan Kavka

State Glass Research Institute, Hradec Králové

The present paper had the aim of determining a mathematical procedure for defining the curve of stress course or specific path difference in the walls of hollow glassware on the basis of tangential polarimeter measurements [1]. The curves were calculated and plotted by means of a computer with an attached coordinatograph.

A photograph of interference fringes taken in the tangential polarimeter is measured and according to relations (1), (2) the values X_i of specific path difference at the given points across the product wall are calculated. The following types of curves were employed for interlacing these points:

1. The interpolation polynomial (3) according to the 1st Newton's formula for the equidistant argument step, Fig. 1.
2. The quadratic parabola (4) resp. (6) calculated by the least squares method (5), Fig. 2.
3. The general parabola (10) calculated by the least squares method using logarithmic transformation (11), Fig. 3.
4. The general parabola (10) calculated by the least squares method directly from (12), (13) while the exponential equation (13) was solved numerically by the Newton's tangential method (14), (15), Fig. 4.

Methods ad 1) and 3) were ruled out as unsuitable, cf. Figs. 1 and 3. The results obtained by methods 2) and 4) do not differ to any considerable degree (compare Figs. 2 and 4); the comparison of standard deviations in Table I shows that a more precise interlacing is attained by using the directly calculated general parabola (10). The calculated values of parabola exponent l which are also listed in Table I justify the approximation employed in the calculation of the parabola peak x_0, y_0.

With a strongly asymmetrical stress distribution the most favourable results are obtained by the method based on dividing the course into two independent type (10) curves as indicated by Table II and Fig. 5.

Fig. 1. The course of stress or specific path difference in a well-glass wall approximated by the Newton's interpolation polynomial; σ — stress, X — specific path difference, d — distance measured from the outer surface towards the inner one, D — wall thickness, n — the number of zones;
—.—.—. n = 6,
—x—x—x n = 12

Fig. 2. The course of stress or specific path difference in a well-glass wall approximated by 2nd degree parabola; — stress, X — specific path difference, d — distance measured from the outer surface towards the inner one, D — wall thickness, n — the number of zones;
—.—.—. n = 6,
—x—x—x n = 12.

Fig. 3. The course of stress or specific path difference in a mining well-glass approximated by degree b parabola using logarithmic transformation; σ — stress, X — specific path difference, d — distance measured from the outer surface towards the inner one, D — wall thickness.

Fig. 4. The course of stress or specific path difference in a mining well-glass approximated by degree b parabola calculated directly, σ — stress, X — specific path difference, d — distance measured from the outer surface towards the inner one, D — wall thickness, n — the number of zones;
—.—.—. $n = 6$,
—x—x—x $n = 12$.

Fig. 5. The course of stress or specific path difference in a mining well-glass, approximated by degree b parabola calculated directly; σ — stress, X — specific path difference, d — distance measured from the outer surface towards the inner one, D — wall thickness;
— — — — — the entire curve
——————— composed of two curves.