

PEVNOST A ODOLNOST PROTI NÁHLÝM ZMĚNÁM TEPLOTY NĚKTERÝCH HROMADNĚ VYRÁBĚNÝCH SKEL

II. Odolnost proti náhlým změnám teploty

VLADIMÍR NOVOTNÝ, MILAN VÍCH, PETR KUBIŠTA

Státní výzkumný ústav sklářský, 501 92 Hradec Králové, Škroupova 957

Došlo 3. 10. 1977

U pěti typických hromadně vyráběných československých skel o $\alpha_{20-300}^{\circ\text{C}} = 3,2 \cdot 10^{-6} \div 8,9 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ\text{C}}^{-1}$ byla stanovena odolnost proti náhlé změně teploty. Stanovení bylo provedeno v souladu se sovětskou normou GOST 7330-55 na tyčinkách průměru 4 mm. Byl též určen vliv poškrábání povrchu na sledovanou vlastnost. Výsledky byly statisticky a graficky zpracovány. Průměrná odolnost proti náhlé změně teploty uvedených skel se vlivem jejich rozdílných fyzikálních vlastností pohybuje od 111 do 323 $^{\circ\text{C}}$. Poškrábáním povrchu se snížila v průměru o 30 %. Dále byla ověřena možnost výpočtu sledované vlastnosti pomocí vzorců uváděných v literatuře. Výpočet je nejpresnější pomocí vztahu

$$\vartheta = \frac{\text{konst.}}{\alpha} \cdot S \text{ menší přesností by též bylo možné použít vztah } \vartheta = \frac{\sigma_p(1-\mu)}{\alpha E} \cdot \frac{1}{A_0 f_r}, \text{ přičemž konstanta } A_0 \text{ by byla závislá na typu skla a stavu jeho povrchu.}$$

Nevhodnost běžně používaných vzorců k výpočtu sledované vlastnosti z pevnosti skla, stejně jako rozdíl mezi různě velkým snížením pevnosti a odolností proti náhlé změně teploty při poškození povrchu skla je v souladu se statistickou teorií pevnosti.

ÚVOD

V předcházející části práce jsme uveřejnili výsledky měření pevnosti v ohybu a v nárazu pěti typických hromadně vyráběných československých skel [1]. Tato navazující část obsahuje stanovení odolnosti uvedených skel proti náhlým změnám teploty.

Odolnost proti náhlým změnám teploty je schopnost výrobku snést bez porušení prudké změny teploty, zejména ochlazení, vyvolané náhlým uvedením výrobku určité teploty do kontaktu s prostředím jiné teploty. Tato vlastnost se dosud označovala ne zcela správným názvem tepelná odolnost, popř. odolnost k tepelnému rázu.

Při ochlazení skleněného předmětu vznikají na jeho povrchu tahová napětí, při zahřívání napětí tlaková. Poněvadž pevnost skla v tahu je mnohem menší než pevnost v tlaku, sklo praská snáze při prudkém ochlazení než při ohřátí. Odolnost skleněných výrobků proti náhlým změnám teploty se proto obvykle určuje a udává jako odolnost vůči ochlazení [2], [3]. Vyjadřuje se největším rozdílem teplot, který výrobek snese bez poškození. V zahraniční a starší československé literatuře se používá vyjádření této vlastnosti rozdílem teplot, při kterém sklo právě praskne [3], což podle příslušné nové ČSN 70 0536 [4] je nesprávné.

Cílem této práce bylo jednak stanovení odolnosti proti náhlým změnám teploty pěti hromadně vyráběných skel s původním a poškozeným povrchem, jednak ověření možnosti výpočtu této vlastnosti z pevnosti skla pomocí vzorců uváděných v literatuře.

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

Vzorky

Měření jsme prováděli v souladu se sovětskou normou GOST 7330-55 [5] na tyčinkách průměru $4 \pm 0,1$ mm a délky $30 \pm 0,5$ mm. Konce tyčinek byly zaobleny otavením. Vzorky byly vychlazeny tak, že jejich měrný dráhový rozdíl polarizovaného světla byl < 10 nm/cm.

Tyčinky byly zhotoveny z těchto skel:

1. tabulové tažené systémem Fourcault
2. bezbarvé obalové
3. hnědé obalové
4. hlinitoboritokřemičité Neutral pro farmaceutické účely
5. laboratorní boritokřemičité Simax.

Způsob zhotovení tyčinek, chemické složení a fyzikální vlastnosti skel jsou uvedeny v 1. části práce [1].

Obdobně jako při stanovení pevnosti skla [1] bylo se vzorky zacházeno běžným způsobem, tj. nebylo zabráňováno náhodnému dotyku neostrých předmětů s povrchem skla. Před zkoušením byly pak všechny vzorky pečlivě prohlédnuty okem jednak v denním světle, jednak v polariskopu, aby se zabránilo případnému ovlivnění výsledků viditelným porušením povrchu nebo nehomogenitami.

Vzorky, na nichž jsme určovali vliv poškození povrchu, jsme ručně poškrábali v radiálním směru brusným plátnem sypaným SiC zrnitosti č. 240. Na tyčinkách byly okem viditelné rýhy.

Metodika měření odolnosti proti náhlým změnám teploty

Způsob stanovení odolnosti proti náhlým změnám teploty byl v principu shodný s normovanými metodami [3] — [9]: Vzorky jsme vložili do sušárny či pece o vhodně zvolené počáteční teplotě a ponechali v ní vyhřívat 15 minut. Vzorky byly při vyhřívání položeny na přípravku z tenkého hliníkového plechu upraveného tak, aby se při vyhřívání ani přemístění do ochlazovací lázně vzájemně nedotýkaly. Po uplynutí uvedené doby vyhřívání jsme přípravek s vyhřátými vzorky uchopili laboratorními kleštěmi za okraj a vzorky vhodili do ochlazovací lázně o teplotě 20 ± 1 °C. Přemístění vzorků ze sušárny do ochlazovací lázně trvalo 1 až 2 sekundy. Po 30 sekundách výdrže v ochlazovací lázni jsme vzorky z vody vyjmuli, osušili, pečlivě prohlédli okem a stanovili počet poškozených tyčinek.

Vzorek byl považován za poškozený, pakliže praskl, objevila se na něm trhlinka či prasklinka, popř. kousek se ho odštípl.

Tento postup se opakoval s nepoškozenými vzorky při postupném zvyšování teploty sušárny či pece o 5 °C tak dlouho, až se poškodily všechny vzorky.

Vyhřívání až do 310 °C jsme prováděli v elektrické sušárně s vířivou atmosférou zn. CHIRANA typ STE 39/II, jejíž příkon byl upraven na 4,8 kW. Teplota v sušárně byla regulována kontaktním teploměrem Vertex, měřena rtuťovým teploměrem. Na teploty nad 310 °C jsme vzorky vyhřívali v elektrické komorové peci o příkonu 3 kW. Teplota pece byla řízena regulátorem Eurotherm a kontrolována pyrometrem NiCr—Ni. Teplota v sušárně a peci byla udržována s přesností ± 2 °C.

Ochlazovací vodní lázeň měla objem 3 l. Nádoba na lázeň byla válcového tvaru o průměru 200 mm. V nádobě bylo umístěno 100 mm pod hladinou lázně vyjímatelné mezidno z mosazné sítky, na něž dopadaly ochlazované vzorky.

Stanovení odolnosti proti náhlým změnám teploty jsme prováděli ve shodě se sovětskou normou GOST 7330-55 [5] vždy na 30 vzorcích. Získaná data jsme statisticky vyhodnotili.

Výsledky

Odolnost proti náhlým změnám teploty vzorků s původním, nepoškrábaným povrchem je uvedena v tabulce I, vzorků s poškrábaným povrchem v tabulce II. Snížení odolnosti proti náhlým změnám teploty vlivem poškrábání povrchu udává tabulka III.

Tabulka I.

Odolnost proti náhlým změnám teploty vzorků s původním, nepoškrábaným povrchem

Typ skla	Odolnost proti náhlým změnám teploty					
	[°C]					[%]
	$\bar{x}$	s_x	$s_{\bar{x}}$	I_x	$I_{\bar{x}}$	v
tabulové tažené	111	8	1	16	3	7
bezbarvé obalové	151	14	3	29	5	9
hnědé obalové	134	13	2	26	5	10
Neutral	167	15	3	30	5	9
Simax	323	12	2	25	5	4

Tabulka II.

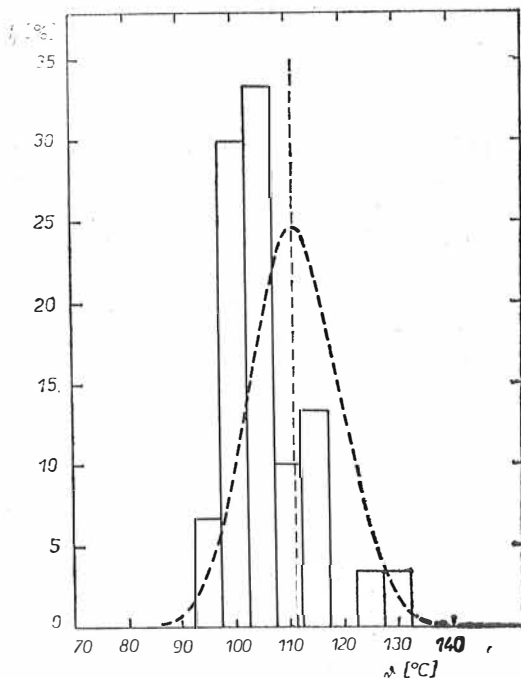
Odolnost proti náhlým změnám teploty vzorků s poškrábaným povrchem

Typ skla	Odolnost proti náhlým změnám teploty					
	[°C]					[%]
	$\bar{x}$	s_x	$s_{\bar{x}}$	I_x	$I_{\bar{x}}$	v
tabulové tažené	88	8	21	17	3	9
bezbarvé obalové	88	6	1	12	2	7
hnědé obalové	99	5	1	10	2	5
Neutral	109	11	2	22	4	10
Simax	239	12	2	25	5	5

Tabulka III.

Vliv poškrábání povrchu na odolnost vzorků proti náhlým změnám teploty

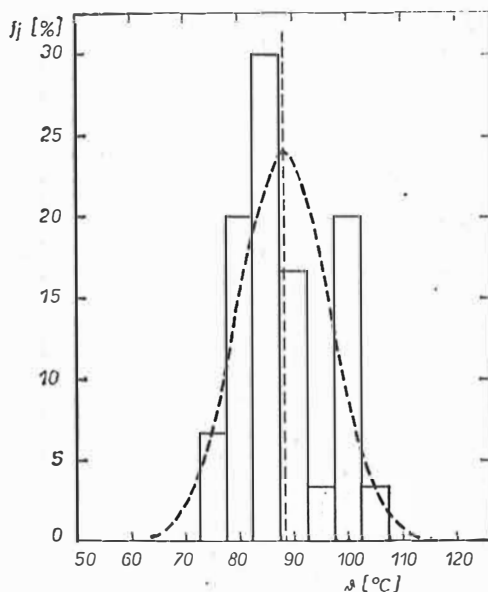
Typ skla	tabulové tažené	bezbarvé obalové	hnědé obalové	Neutral	Simax	$\bar{x} + s_{\bar{x}}$
$\frac{\vartheta_P}{\vartheta_N}$	0,79	0,58	0,74	0,65	0,74	$0,70 \pm 0,04$

 ϑ_P = průměrná odolnost proti náhlým změnám teploty poškrábaných vzorků ϑ_N = průměrná odolnost proti náhlým změnám teploty nepoškrábaných vzorků

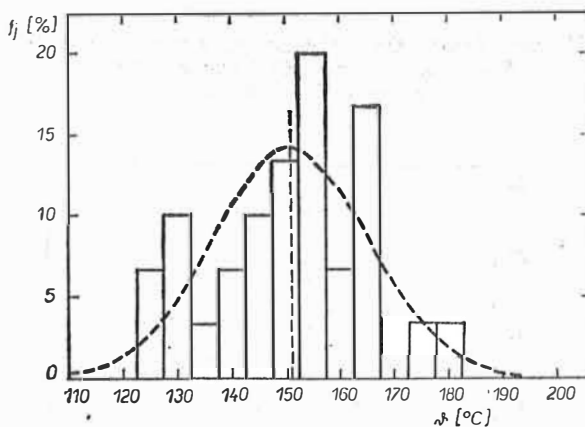
Obr. 1. Vzorky z tabulového skla s nepoškrábaným povrchem;
 ϑ — odolnost proti náhlé změně teploty,
 f_1 — relativní četnost.

Význam symbolů v tabulkách:

 $\bar{x}$ — aritmetický průměr naměřených hodnot s_x — směrodatná odchylka jednoho měření $s_{\bar{x}}$ — směrodatná odchylka aritmetického průměru I_x — poloviční šíře intervalu spolehlivosti jednoho měření pro pravděpodobnost 95 % $I_{\bar{x}}$ — poloviční šíře intervalu spolehlivosti aritmetického průměru pro pravděpodobnost 95 % v — koeficient variace jednoho měření

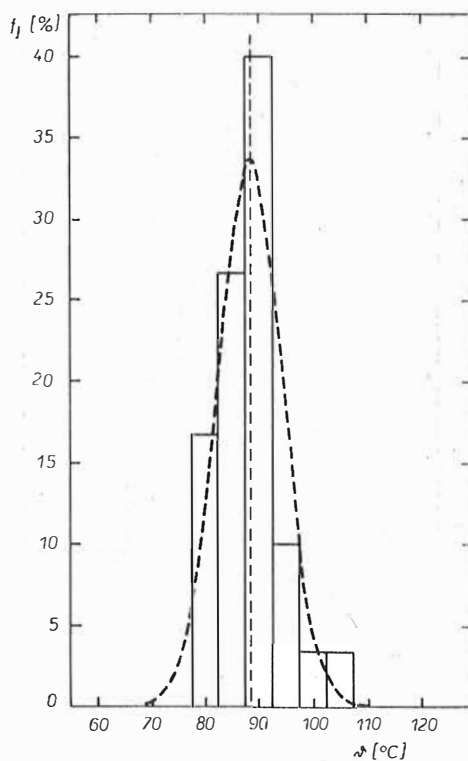


Obr. 2. Vzorčky z tabulového skla s poškrábaným povrchem;
 δ — odolnost proti náhlé změně teploty,
 f_j — relativní četnost.

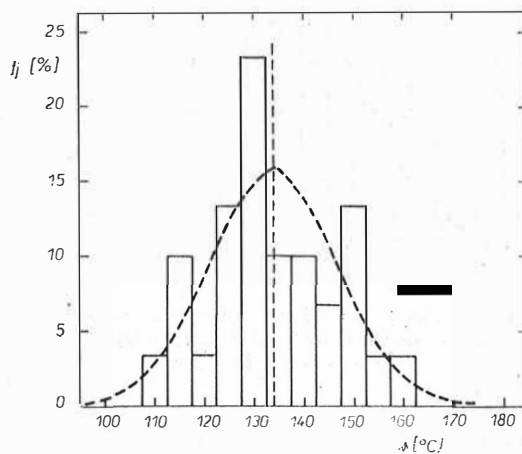


Obr. 3. Vzorčky z bezbarvého obalového skla s nepoškrábaným povrchem;
 δ — odolnost proti náhlé změně teploty,
 f_j — relativní četnost.

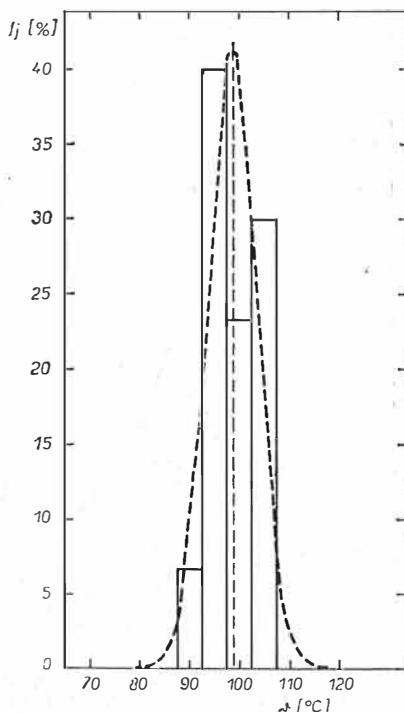
Odolnosti proti náhlým změnám teploty naměřené na jednotlivých vzorcích měly u všech proměřovaných skupin vzorků normální rozdělení. Ověření jsme provedli testem Kolmogorova-Smirnova [10], popř. vynesemím získaných hodnot na pravděpodobnostní papír [11].



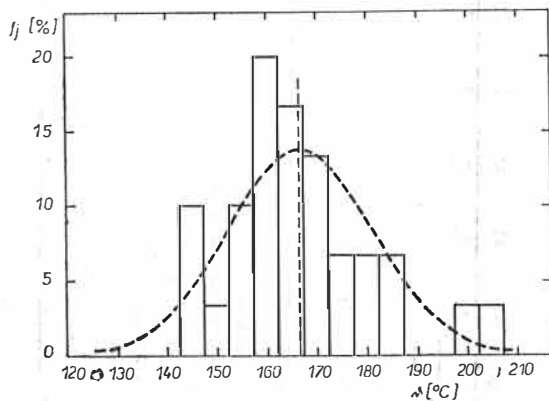
Obr. 4. Vzorčky z bezbarvého obalového skla s poškrábaným povrchem;
 δ — odolnost proti náhlé změně teploty,
 f_j — relativní četnost.



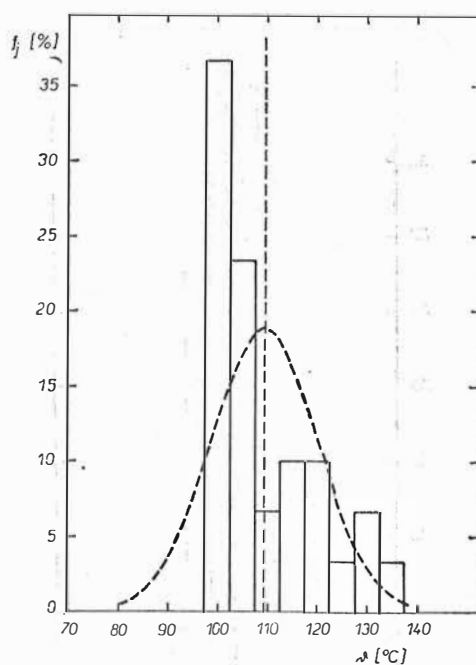
Obr. 5. Vzorčky z hnědého obalového skla s nepoškrábaným povrchem;
 δ — odolnost proti náhlé změně teploty,
 f_j — relativní četnost.



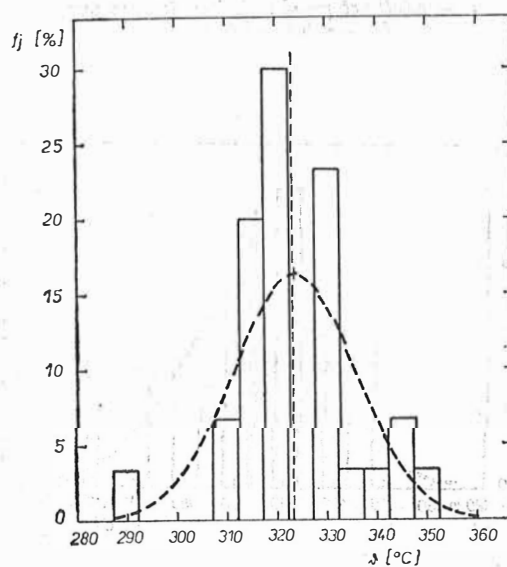
Obr. 6. Vzorčky z hnědého obalového skla s poškrábaným povrchem;
 Θ — odolnost proti náhlé změně teploty
 f_j — relativní četnost.



Obr. 7. Vzorčky ze skla Neutral s nepoškrábaným povrchem;
 Θ — odolnost proti náhlé změně teploty,
 f_j — relativní četnost.

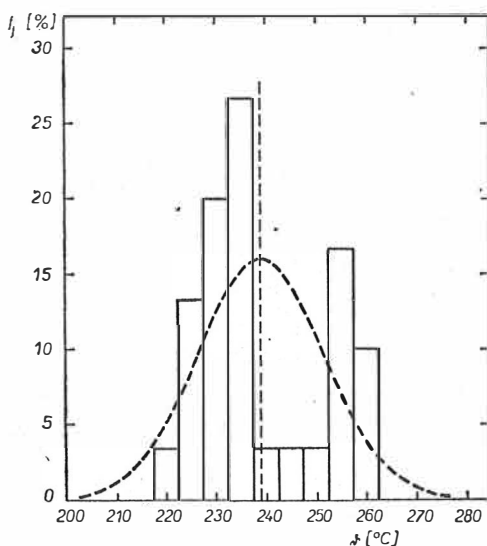


Obr. 8. Vzorčky ze skla Neutral s poškrábaným povrchem;
 θ — odolnost proti náhlé změně teploty,
 f_j — relativní četnost.



Obr. 9. Vzorčky ze skla Simax s nepoškrábaným povrchem;
 θ — odolnost proti náhlé změně teploty,
 f_j — relativní četnost.

Rozdělení experimentálně nalezených hodnot jsme znázornili pomocí histogramů četnosti na obr. 1 až 10. Pro jednotlivé měření jsme též podle [10] provedli vyrovnání experimentálních dat a zkonstruovali příslušné normální křivky rozdělení četnosti. Aritmetický průměr naměřených hodnot je na obrázcích vyznačen svislou přerušovanou čarou.



Obr. 10. Vzorky ze skla Simax s poškrábaným povrchem;
 δ — odolnost proti náhlé změně teploty,
 f_j — relativní četnost

DISKUSE

Vlivem rozdílných fyzikálních vlastností zkoušených vzorků skel, zvláště tepelné roztažnosti, se jejich průměrná odolnost proti náhlým změnám teploty značně liší. Maximální průměrná odolnost je jak u nepoškrábaných, tak i poškrábaných tyčinek téměř trojnásobkem nejnižší průměrné odolnosti. Rozptyl sledované vlastnosti jednotlivých skupin vzorků se mění méně: směrodatná odchylka se pohybuje od 8 do 15 °C, koeficient variace od 4 do 10 %. Přitom nebyl pozorován významnější rozdíl mezi rozptylem u nepoškrábaných a poškrábaných vzorků.

Poškrábáním se odolnost proti náhlým změnám teploty snížila v průměru o 30 %. Toto snížení je značně menší než snížení pevnosti v ohybu, resp. nárazu, které při stejném porušení povrchu činilo 66 popř. 65 % [1]. Rozdíl mezi zmenšením pevnosti a tepelné odolnosti při poškození povrchu je v souladu s měřeními jiných autorů a lze vysvětlit statistickou teorií pevnosti [12], [20]. Podle této teorie pevnost křehkých materiálů závisí na pravděpodobnosti nalezení kritické vady. Při ohybu kruhových tyčinek je jen malá část povrchu vzorku namáhána maximálním tahovým napětím. Při zkoušce odolnosti proti náhlým změnám teploty je stejnoměrně namáhán celý povrch. Pravděpodob-

nost nalezení závažné vady v místě maximálního napětí je při ohybu mnohem menší než při zkoušce odolnosti proti náhlým změnám teploty, proto pevnost v ohybu je větší než pevnost při namáhání skla změnou teploty. Poškozením povrchu skla, kterým se vytvoří velká plošná hustota vad, vzroste pravděpodobnost nalezení závažné vady více při měření pevnosti v ohybu, popř. v nárazu, než při stanovení odolnosti proti náhlé změně teploty, proto poškrábáním poklesne více pevnost než odolnost proti náhlé změně teploty.

Pro určení odolnosti proti náhlé změně teploty ze známých fyzikálních vlastností skla je uváděn nejčastěji vztah

$$\vartheta' = K \frac{\sigma_p (1 - \mu)}{\alpha E}, \quad (1)$$

kde ϑ' — odolnost proti náhlé změně teploty, vyjádřená rozdílem teplot, při kterém sklo právě praskne,

K — konstanta,

σ_p — pevnost v tahu, resp. ohybu,

μ — Poissonova konstanta,

E — Youngův modul pružnosti,

α — součinitel lineární teplotní roztažnosti.

Odolnost proti náhlé změně teploty je třeba ve vztahu (1) vyjadřovat starším způsobem jako rozdíl teplot, při kterém sklo právě praskne, a proto ji označujeme ϑ' .

Konstantu K definovali jednotliví autoři různě. Tabata a Moriya [13] i Barteněv [14] definují K v závislosti na intenzitě ochlazování:

$$K = \frac{1}{h_m} S \quad (2)$$

kde $h = \frac{\alpha'}{\lambda}$ — relativní součinitel přestupu tepla,

α' — součinitel přestupu tepla mezi sklem a okolím,

λ — tepelná vodivost skla,

r — poloměr skleněné tyčinky,

h — Biotovo číslo,

S_m — funkce Biotova čísla.

S rostoucí intenzitou ochlazování, tj. s rostoucím Biotovým číslem, klesá konstanta K podle vztahu (2) v rozmezí od ∞ do 1. Při prudkém ochlazení, kdy Biotovo číslo je velké, se součin h_m ve vztahu (2) blíží 1 a dostaneme [14], tedy

$$K \cong 1. \quad (3)$$

Karkhanavala a Scholes [15] navrhli na základě experimentálních měření odolnosti proti náhlé změně teploty tyčinek různého průměru pro K empirický vzorec

$$K = 1 + 3 (0,6)^{\frac{r}{r_1}}, \quad (4)$$

kde r — poloměr tyčinky v mm,

r_1 — jednotkový poloměr v mm = 1 mm.

Kontrolním výpočtem dat publikovaných v citované práci [15] jsme však zjistili, že sami autoři použili při zpracování výsledků měření vztah

$$K = 0,82 [1 + 3 (0,6)^{\frac{r}{r_1}}]. \quad (5)$$

Murgatroyd [16] navrhl pro K rovnici

$$K = \frac{1}{A_0 f_r}, \quad (6)$$

kde A_0 — konstanta závisící jen na druhu skla,
 f_r — funkce poloměru tyčinky.

Při změně r z 0,1 na 0,6 cm poklesá $\frac{1}{f_r}$ z 2,7 na 1,15.

S rostoucím průměrem tyčinky její odolnost proti náhlým změnám teploty klesá, jak vyplývá ze vztahu (1)—(5) a (6). Podle Murgatroyda [16] je odolnost tyčinek o průměru 4 mm $2 \times$ vyšší než odolnost tlustých tyčinek o průměru > 12 mm.

Pro vzorky stejných rozměrů, ale různých fyzikálních vlastností je v literatuře často uváděn [22], [23], [3] vztah

$$\vartheta' = m \frac{\sigma_p}{\alpha E} \sqrt{\frac{\lambda}{c \varrho}}, \quad (7)$$

kde λ — tepelná vodivost, c — měrné teplo, ϱ — hustota, m — konstanta.

Z vlastností, obsažených v rovnici (1), (2) a (7) závisí na chemickém složení skla nejvíce součinitel lineární teplotní roztažnosti. Proto lze odolnost proti náhlým změnám teploty skel různého chemického složení zhruba posuzovat jen podle jejich roztažnosti. Závislost odolnosti proti náhlým změnám teploty na součiniteli lineární teplotní roztažnosti α vyjadřuje [3] pro sklo s nepoškrábaným povrchem přibližně rovnice

$$\alpha \vartheta' = \text{konst} \doteq 10^{-3}, \quad (8)$$

popř.

$$\vartheta' \doteq \frac{1}{\alpha \cdot 10^3}. \quad (9)$$

Tento vztah byl odvozen z (1) dosazením průměrných zaokrouhlených hodnot fyzikálních vlastností běžných skel a určitým zjednodušením [2]. Rovnice (8), (9) lze zpřesnit dosazením do vztahu (1) těchto obvykle používaných zaokrouhlených průměrných hodnot: $\sigma_{p0} = 1 \cdot 10^2$ MPa, $E = 7 \cdot 10^4$ MPa, $\mu = 0,2$. Potom pro rychlé ochlazení ($K = 1$) skla s nepoškrábaným povrchem dostaneme

$$\alpha \vartheta' = 1,14 \cdot 10^{-3}, \quad (10)$$

popř.

$$\vartheta' = \frac{1,14}{\alpha \cdot 10^3}. \quad (11)$$

Pro posouzení možnosti výpočtu odolnosti proti náhlé změně teploty ze známých fyzikálních vlastností skla pomocí výše uvedených vzorců jsme sestavili tabulku V. Fyzikální vlastnosti zkoumaných skel, které byly použity při výpočtu, jsou uvedeny v [1], další část, převážně tepelné vlastnosti, v tabulce IV. Hodnoty uvedené v tabulce IV byly stanoveny měřením, kromě měrného tepla a tepelné vodivosti skla Neutral. Hustota byla stanovena pyknometricky [24], měrné teplo kalorimetricky směšovací metodou [2], tepelná vodivost metodou žhavého drátu [25]. Tepelná vodivost boritokřemičitého skla Simax byla přejata z publikovaných měření [26]. Měrné teplo a tepelná vodivost skla Neutral byly vypočteny z chemického složení pomocí additivních faktorů A. Winkelmann a s korekcí podle Sharpa a Gintera a additivních faktorů Sharpa [21].

Tabulka IV.
Některé fyzikální vlastnosti skel

Vlastnost	Označení	Rozměr	Typ skla				
			tabulové tažené	bezbarvé obalové	hnědé obalové	Neutral	Simax
Hustota při 20 °C	ρ	[kg · m ⁻³]	2 490	2 490	2 490	2 480	2 230
Měrné teplo při 20 °C	c	[J · kg ⁻¹ · K ⁻¹]	834	815	818	762	784
Tepelná vodivost při 20 °C	λ	[W · m ⁻¹ · K ⁻¹]	0,89	1,05	1,03	1,04	1,13

V prvních dvou sloupcích tabulky V je uveden poměr mezi experimentálně stanovenou odolností proti náhlým změnám teploty a odolností vypočtenou ze vztahu (1) a (3). Tento poměr, jak vyplývá ze vztahu (1), se rovná konstantě K . Průměrná hodnota K je tedy při dosazení pevnosti v ohybu pro vzorky nepoškrábané 0,66, pro vzorky poškrábané 1,41, při dosazení pevnosti v nárazu pro vzorky nepoškrábané 0,46, pro vzorky poškrábané 0,92. K výpočtu odolnosti proti náhlým změnám teploty nejsou proto vhodné vztahy (2) až (5), neboť podle nich je $K \geq 1$. Tento závěr je v souladu s výše citovanou statistickou teorií pevnosti [12], [20], neboť z ní vyplývá, že pevnost skla stanovená namáháním ohybem nebo nárazem je vyšší, než pevnost při namáhání změnou teploty. Odolnost proti náhlé změně teploty, teoreticky vypočtená z pevnosti v ohybu nebo v nárazu, je proto u nepoškrábaných vzorků ve všech případech vyšší než odolnost experimentálně stanovená. Tuto skutečnost přitom nelze vysvětlit poklesem pevnosti skla působením vodní lázně, poněvadž pevnost skla již po krátkodobém ponoření do vody stoupá [17] a zvyšuje se i při stanovení odolnosti proti náhlým změnám teploty po provedení počátečních teplotních šoků [12].

Zvýšení odolnosti po ponoření do vody je větší u vzorků s více poškozeným povrchem [19], [17], [18], čímž by bylo možné vysvětlovat skutečnost, že u poškrábaných vzorků, na rozdíl od vzorků nepoškrábaných, je teoreticky vypočtená odolnost proti náhlým změnám teploty blízká, nebo dokonce nižší než odolnost experimentálně stanovená.

Tabulka V.

Vztahy mezi fyzikálními vlastnostmi skel a odolností týnečků proti náhlým změnám teploty ϑ' .
Odolnost je vyjádřena rozdílem teplot, při kterém sklo právě prasklo. ϱ_{P0} — pevnost v ohybu, σ_{Pr} — pevnost v nárazu

Typ skla	$\frac{\vartheta' \alpha E}{\sigma_{P0} (1 - \mu)}$		$\frac{\vartheta' \alpha E}{\sigma_{Pr} (1 - \mu)}$		$\frac{\vartheta' \alpha}{\sigma_{P0}}$		$\frac{\vartheta' \alpha}{\sigma_{Pr}}$		$\frac{\vartheta' \alpha E}{\sigma_{P0}} \sqrt{\frac{\varrho q}{\lambda}}$		$\frac{\vartheta' \alpha E}{\sigma_{Pr}} \sqrt{\frac{\varrho q}{\lambda}}$		$\vartheta' \alpha$	
	nepo- škráb. vzorky	po- škráb. vzorky	nepo- škráb. vzorky	po- škráb. vzorky	nepo- škráb. vzorky	poškráb. vzorky	nepo- škráb. vzorky	po- škráb. vzorky	nepo- škráb. vzorky	po- škráb. vzorky	nepo- škráb. vzorky	po- škráb. vzorky	nepo- škráb. vzorky	poškráb. vzorky
Tabulové tažené	0,585	1,76	0,396	0,938	0,629. 10 ⁻⁵	0,190. 10 ⁻⁴	0,426. 10 ⁻⁵	0,101. 10 ⁻⁴	697	2 100	472	1 120	10,32. 10 ⁻⁴	8,28. 10 ⁻⁴
	0,821	1,54	0,605	0,998	0,886. 10 ⁻⁵	0,167. 10 ⁻⁴	0,654. 10 ⁻⁵	0,108. 10 ⁻⁴	891	1 670	657	1 080	13,74. 10 ⁻⁴	8,19. 10 ⁻⁴
	0,865	1,67	0,555	1,08	0,913. 10 ⁻⁵	0,176. 10 ⁻⁴	0,585. 10 ⁻⁵	0,115. 10 ⁻⁴	950	1 830	610	1 190	12,23. 10 ⁻⁴	9,15. 10 ⁻⁴
	0,627	1,13	0,379	0,779	0,660. 10 ⁻⁵	0,119. 10 ⁻⁴	0,399. 10 ⁻⁵	0,082. 10 ⁻⁴	676	1 220	409	840	10,77. 10 ⁻⁴	7,14. 10 ⁻⁴
	0,428	0,969	0,355	0,808	0,530. 10 ⁻⁵	0,120. 10 ⁻⁴	0,441. 10 ⁻⁵	0,100. 10 ⁻⁴	415	940	344	784	10,50. 10 ⁻⁴	7,81. 10 ⁻⁴
$\bar{x}$	0,665	1,41	0,458	0,921	0,724. 10 ⁻⁵	0,154. 10 ⁻⁴	0,501. 10 ⁻⁵	0,101. 10 ⁻⁴	726	1 550	498	1 000	11,51. 10 ⁻⁴	8,11. 10 ⁻⁴
s_x	0,18	0,35	0,11	0,13	0,17. 10 ⁻⁵	0,033. 10 ⁻⁴	0,11. 10 ⁻⁵	0,012. 10 ⁻⁴	210	470	130	180	1,5. 10 ⁻⁴	0,73. 10 ⁻⁴
$\bar{s}_x$	0,08	0,15	0,051	0,057	0,075. 10 ⁻⁵	0,015. 10 ⁻⁴	0,050. 10 ⁻⁵	0,005. 10 ⁻⁴	94	210	59	80	0,65. 10 ⁻⁴	0,33. 10 ⁻⁴
I_x	0,50	0,96	0,32	0,35	0,47. 10 ⁻⁵	0,091. 10 ⁻⁴	0,31. 10 ⁻⁵	0,034. 10 ⁻⁴	580	1 300	370	500	4,0. 10 ⁻⁴	2,0. 10 ⁻⁴
$I_{\bar{x}}$	0,22	0,43	0,14	0,16	0,21. 10 ⁻⁵	0,041. 10 ⁻⁴	0,14. 10 ⁻⁵	0,015. 10 ⁻⁴	260	580	160	220	1,8. 10 ⁻⁴	0,91. 10 ⁻⁴
V	27	25	24	14	23	21	22	12	29	30	26	18	13	9

V třetím a čtvrtém sloupci tabulky V je uveden poměr mezi vlastnostmi, které se u sledovaných skel nejvíce mění — pevností, teplotní roztažností a odolností proti náhlým změnám teploty. Vzhledem k předcházejícím dvěma sloupcům tabulky je tedy vynecháno E a μ . Rozptyl sledovaného poměru pro jednotlivá skla je ve všech 4 případech mírně nižší než u poměru v prvních dvou sloupcích.

V pátém a šestém sloupci tabulky V je poměr mezi experimentálně stanovenou odolností proti náhlým změnám teploty a odolností vypočtenou ze vztahu (7). Tento poměr, jak vyplývá ze vztahu (7), se rovná konstantě m . Rozptyl sledovaného poměru je ve všech 4 případech mírně vyšší než u poměru v prvních čtyřech sloupcích tabulky. Rozptyl výsledků při výpočtu odolnosti proti náhlým změnám teploty podle vztahu (7) je tedy mírně vyšší než při výpočtu podle vztahu (1).

V sedmém sloupci tabulky V je uveden v souladu se vztahem (8) a (10) součinn $\alpha\theta'$. Rozptyl hodnoty tohoto součinu pro jednotlivá skla je nižší než rozptyl poměrů v předcházejících 6 sloupcích tabulky. Průměrná hodnota součinu pro nepoškrábaná skla je přitom téměř shodná s hodnotou vztahu (10).

Výpočet odolnosti proti náhlým změnám teploty je tedy pro zkoumaná skla nejpřesnější ze vztahu

$$\theta' = \frac{\text{konst.}}{\alpha}, \quad (12)$$

při čemž pro skla s nepoškrábaným povrchem $\text{konst.} \doteq 1,15 \cdot 10^{-3}$.

K výpočtu odolnosti proti náhlým změnám teploty by bylo možné s menší přesností též použít vztah typu (6), podle něhož se teoreticky spočtená odolnost dělí konstantou A_0 . Velikost konstanty A_0 by však na rozdíl od předpokladů Murgatroyda [16] nezávisela jen na typu skla, ale i na stavu jeho povrchu.

Tabulka VI je obdobná tabulce V s tím rozdílem, že odolnost proti náhlé změně teploty je v ní vyjádřena v souladu s ČSN 70 0536 [4] největším rozdílem teplot, který sklo snese bez poškození. Pro výpočet odolnosti proti náhlé změně teploty θ z ní vyplývají stejné závěry jak z tabulky V, jen velikost příslušných konstant rovnic používaných k výpočtu je přirozeně odlišná.

ZÁVĚR

1. Průměrná odolnost proti náhlé změně teploty pěti typických hromadně vyráběných československých skel o $\alpha_{20-300^\circ\text{C}}$ od $3,2 \cdot 10^{-6}$ do $8,9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, stanovená v souladu se sovětskou normou GOST 7330-55 [5] na tyčinkách průměru 4 mm, se vlivem rozdílných fyzikálních vlastností skel pohybuje od 111 do 323 $^\circ\text{C}$. Poškrábáním povrchu se odolnost těchto skel proti náhlé změně teploty sníží v průměru o 30 %.

Směrodatná odchylka odolnosti proti náhlé změně teploty uvedených skel se pohybuje od 8 do 15 $^\circ\text{C}$, koeficient variace od 4 do 10 %, přičemž není významnější rozdíl mezi rozptylem u nepoškrábaných a poškrábaných vzorků.

2. Z ověření možnosti výpočtu sledované vlastnosti pomocí vzorců uváděných v literatuře vyplynulo, že pro zkoumaná skla je výpočet nejpřesnější

ze vztahu $\theta = \frac{\text{konst.}}{\alpha}$.

Tabulka VI.

Vztahy mezi fyzikálními vlastnostmi skel a odolností tyčinek proti náhlým změnám teploty ϑ .

Odolnost je vyjádřena největším rozdílem teplot, který sklo snese bez poškození. σ_{P0} — pevnost v ohybu, σ_{Pr} — pevnost v nárazu

Typ skla	$\frac{\alpha\vartheta E}{\sigma_{P_0}(1-\mu)}$		$\frac{\vartheta\alpha E}{\sigma_{P^*}(1-\mu)}$		$\frac{\vartheta\alpha}{\sigma_{P_0}}$		$\frac{\vartheta\alpha}{\sigma_{P^*}}$		$\frac{\vartheta\alpha E}{\sigma_{P_0}} \sqrt{\frac{c\varrho}{\lambda}}$		$\frac{\vartheta\alpha E}{\sigma_{P^*}} \sqrt{\frac{c\varrho}{\lambda}}$		$\vartheta\alpha$	
	nepo- škřáb. vzorky	po- škřáb. vzorky	nepo- škřáb. vzorky	po- škřáb. vzorky	nepo- škřáb. vzorky	poškřáb. vzorky	nepo- škřáb. vzorky	poškřáb. vzorky	nepo- škřáb. vzorky	po- škřáb. vzorky	nepo- škřáb. vzorky	po- škřáb. vzorky	nepo- škřáb. vzorky	poškřáb. vzorky.
Tabulové tažené	0,560	1,67	0,379	0,888	0,602.10 ⁻⁵	0,180.10 ⁻⁴	0,408.10 ⁻⁵	0,096.10 ⁻⁴	687	1 990	452	1 060	9,88.10 ⁻⁴	7,83.10 ⁻⁴
Bezbarvé obalové	0,795	1,46	0,586	0,944	0,858.10 ⁻⁵	0,158.10 ⁻⁴	0,633.10 ⁻⁵	0,102.10 ⁻⁴	863	1 580	636	1 020	13,30.10 ⁻⁴	7,75.10 ⁻⁴
Hnědé obalové	0,834	1,59	0,535	1,03	0,880.10 ⁻⁵	0,168.10 ⁻⁴	0,564.10 ⁻⁵	0,109.10 ⁻⁴	916	1 750	588	1 130	11,79.10 ⁻⁴	8,71.10 ⁻⁴
Neutral	0,609	1,08	0,368	0,745	0,641.10 ⁻⁵	0,114.10 ⁻⁴	0,387.10 ⁻⁵	0,078.10 ⁻⁴	657	1 160	397	803	10,45.10 ⁻⁴	6,82.10 ⁻⁴
Simax	0,421	0,949	0,350	0,791	0,522.10 ⁻⁵	0,118.10 ⁻⁴	0,434.10 ⁻⁵	0,098.10 ⁻⁴	408	921	340	767	10,34.10 ⁻⁴	7,65.10 ⁻⁴
x	0,644	1,350	0,444	0,880	0,701.10 ⁻⁵	0,148.10 ⁻⁴	0,485.10 ⁻⁵	0,097.10 ⁻⁴	702	1 480	483	956	11,15.10 ⁻⁴	7,75.10 ⁻⁴
s_x	0,17	0,32	0,11	0,11	0,160.10 ⁻⁵	0,030.10 ⁻⁴	0,11.10 ⁻⁵	0,012.10 ⁻⁴	200	430	130	160	1,40.10 ⁻⁴	0,67.10 ⁻⁴
s_x^2	0,076	0,14	0,049	0,051	0,071.10 ⁻⁵	0,013.10 ⁻⁴	0,048.10 ⁻⁵	0,005.10 ⁻⁴	90	190	56	72	0,62.10 ⁻⁴	0,30.10 ⁻⁴
I_x	0,47	0,88	0,30	0,32	0,44.10 ⁻⁵	0,083.10 ⁻⁴	0,30.10 ⁻⁵	0,032.10 ⁻⁴	560	1 200	350	450	3,9.10 ⁻⁴	1,9.10 ⁻⁴
I_x^-	0,21	0,40	0,13	0,14	0,20.10 ⁻⁵	0,037.10 ⁻⁴	0,13.10 ⁻⁵	0,014.10 ⁻⁴	250	540	160	200	1,7.10 ⁻⁴	0,83.10 ⁻⁴
V	26	24	25	12	23	20	23	12	28	29	27	17	13	9

K výpočtu by též bylo možné použít s menší přesností vztah

$$\vartheta = \frac{\sigma_p(1 - \mu)}{\alpha E} \cdot \frac{1}{A_0 f_r},$$

při čemž konstanta A_0 by byla závislá na typu skla a stavu jeho povrchu.

3. Rozdíl mezi snížením pevnosti a snížením odolnosti proti náhlé změně teploty při poškození povrchu vzorků, stejně jako rozdíl mezi experimentálně stanovenou a z pevnosti vypočtenou odolností proti náhlé změně teploty nepoškořovaných vzorků je v souladu se statistickou teorií pevnosti.

Literatura

- [1] Novotný V., Vích M., Kubišta P.: *Silikáty* 22, 329 (1978).
- [2] Volf M. B.: *Tepelné vlastnosti skel*, 1. vyd., str. 44, 47, 103. SNTL, Praha 1968.
- [3] Novotný V.: *Zpevnování skla*, 1. vyd., str. 123, 125, 127, SNTL, Praha 1972.
- [4] ČSN 70 0536. Stanovení odolnosti skleněných výrobků proti náhlým změnám teploty. 1977. (V tisku.)
- [5] GOST 7330-55. Metody opredelenija termičeskoj ustojčivosti. (Steklo chimiko-laboratornoje).
- [6] DIN 52 325. Bestimmung der Temperaturwechselbeständigkeit. (Stäbchenverfahren). 1954.
- [7] TGL 14 803. Bestimmung der Temperaturwechselbeständigkeit als Werkstoff. (Stäbchenverfahren.) 1963.
- [8] ISO R 718-1968. Methods for thermal shock tests on laboratory glassware. 1968.
- [9] RS 3911-73. Opredelenije stojkosti pri kolebanijach temperatury. (Stěklo. Metody ispytanj). 1973.
- [10] Reisenauer R.: *Metody matematické statistiky*, 2. vyd., str. 96, 120. SNTL, Praha 1970.
- [11] Felix M., Bláha K.: *Matematickostatistické vztahy v chemickém průmyslu*, 1. vyd., str. 98. SNTL, Praha 1962.
- [12] Krohn D. A., Hasselman D. P. H.: *J. Amer. Ceram. Soc.* 56, 337 (1973).
- [13] Tabata K., Moriya T.: *J. Amer. Ceram. Soc.* 17, 34 (1934).
- [14] Bartěněv G. M.: *Mechaničeskije svojstva i teplovaja obrabotka stěkla*, 1. vyd. str. 154, Gosstrojizdat, Moskva 1960.
- [15] Karkhanavala M. D.; Scholes S. R.: *J. Soc. Glass Technol.* 35, 289 (1951).
- [16] Murgatroyd J. B.: *J. Soc. Glass Technol.* 27, 5 (1943).
- [17] Stockdale G. F., Tooley F. W., Ying C. W.: *J. Amer. Ceram. Soc.* 34, 116 (1951).
- [18] Moorthy V. K., Tooley F. W.: *J. Amer. Ceram. Soc.* 39, 215 (1956).
- [19] Mould R. E.: *J. Amer. Ceram. Soc.* 43, 160 (1960).
- [20] Weibull W.: *Ing. Vetenskaps Akad. Hand.*, No. 151, str. 45, 1939; *Ceram. Abstr.* 19, 78 (1940).
- [21] Volf M. B.: *Tepelné vlastnosti skel*, 1. vyd., str. 88, 90, 92, 76. SNTL, Praha 1968.
- [22] Hampton W. M.: *J. Soc. Glass Technol.* 20, 461 T (1936).
- [23] Tooley F. V.: *Handbook of glass manufacture*, I. díl, 2. vyd., str. 18. Ogden Publishing Co., N. Y. 1957.
- [24] Volf M. B.: *Chemická odolnost, hustota a mechanické vlastnosti skel*, 1. vyd., str. 26. SNTL, Praha 1967.
- [25] Schill F., Dušánek V.: Měření tepelné vodivosti skla v závislosti na teplotě. Inf. přehled SVÚS Hradec Králové 18, č. 1, str. 12 (1975).
- [26] Shand E. B.: *Glass engineering handbook*, 2. vyd., str. 28. McGRAW-HILL BOOK Co, N. Y. 1958.

ПРОЧНОСТЬ И ТЕРМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ НЕКОТОРЫХ СТЕКОЛ МАССОВОГО ПРОИЗВОДСТВА

II. Термическая устойчивость

Владимир Новотны, Милан Вих, Петр Кубишта

Государственный научно-исследовательский институт стекла, Градец Кралове

Целью предлагаемой работы является с одной стороны определение термической устойчивости пяти видов стекла массового производства с исходной и поврежденной поверхностью, с другой стороны рассмотрение возможностей расчета сверх приведенного свойства на основании прочности стекла с помощью формул, приводимых в литературе. Измерения проводились в согласии с советским стандартом ГОСТ 7330—55 на 30 палочках диаметром $4 \pm 0,1$ мм, длиной $30 \pm 0,5$ мм, концы которых округлили оплавлением. Палочки изготовили из следующих видов стекла:

1. листовое стекло, вытянутое системой Fourcault,
2. бесцветное тарное стекло,
3. коричневое тарное стекло,
4. алюмоборосиликатное стекло Neutral, предназначенное для фармацевтических целей,
5. лабораторное боросиликатное стекло Simax.

Химический состав и физические свойства стекол приводятся в [1]. Манипуляцию с пробами проводили обычным способом, т. е. без исключения случайного соприкосновения неострых предметов с поверхностью стекла. На пробах, предназначенных для исследования влияния повреждения поверхности, проводили сильные царапины в радиальном направлении абразивным полотном с SiC размером зерна № 240.

Способ определения термической устойчивости в принципе совпадал со стандартными методами. Нагретые пробы охлаждали в водяной бане. Температуру нагревания повышали по 5°C до того времени, пока все пробы не растрескивались.

Термическая устойчивость проб с исходной, неопцарапанной поверхностью приводится в таблице I, проб с опцарапанной поверхностью в таблице II (Устойчивость выражается в виде наибольшей температурной разности, которую проба выдерживает без повреждения.) Понижение термической устойчивости в результате царапины на поверхности приводится в таблице III, где ϑ_p — средняя термическая устойчивость опцарапанных проб, ϑ_n — средняя термическая устойчивость проб без царапин.

Гистограммы четности экспериментальным путем найденных величин, и выведенные модельные кривые нормального разделения четности изображаются на рис. 1—10.

Нами рассматривалась возможность расчета устойчивости к резким изменениям температуры с помощью формул, (1)—(11), приводимых в литературе. Значение символов в формулах: ϑ' — термическая устойчивость выраженная в виде температурной разности, при которой проба как раз растрескивалась K — константа, σ_p — прочность при растяжении или изгибе, μ — константа Пуассона, E — модуль упругости Юнга, h — относительный коэффициент теплопереноса, α' — коэффициент теплопереноса между стеклом и окружающей средой, λ — теплопроводность стекла, r — радиус палочки, h_r — число Биота, S_m — функция числа Биота, r_1 — единичный радиус в мм — 1 мм, α — коэффициент теплового расширения, A_0 — константа, зависящая от химического состава стекла, f_r — функция радиуса палочки.

Для рассмотрения возможностей использования формул (1)—(11) для расчета термической устойчивости приводится нами таблица V, где σ_{p0} — прочность при изгибе σ_{pr} — прочность при ударе. Физические свойства исследуемых стекол, подставляемых в отношения (1)—(11), приводятся в [1] и в таблице IV.

Таблица VI похожа на таблицу V только с тем отличием, что термическая устойчивость ϑ выражается нормированным способом в виде максимальной разности температур, которую проба выдерживает без повреждения.

Из таблиц V и VI следует, что расчет наиболее точен при отношении $\vartheta = \frac{\text{конст.}}{\alpha}$.

С меньшей точностью можно использовать также отношение $\vartheta = \frac{\sigma_p(1-\mu)}{\alpha E} \cdot \frac{1}{A_0 f_r}$, причем константа A_0 зависит от типа стекла и состояния его поверхности.

Непригодность обычно применяемых формул (2)—(5) для расчета термической устойчивости, подобно как и наличие различия между разной величиной понижения прочности и термической стойкости при повреждении поверхности стекла объясняется статистической теорией прочности стекла.

- Рис. 1. Термическая устойчивость проб из листового стекла с непоцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.
- Рис. 2. Термическая устойчивость проб из листового стекла с поцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.
- Рис. 3. Термическая устойчивость проб из бесцветного тарного стекла с непоцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.
- Рис. 4. Термическая устойчивость проб из бесцветного тарного стекла с поцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.
- Рис. 5. Термическая устойчивость проб из коричневого тарного стекла с непоцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.
- Рис. 6. Термическая устойчивость проб из коричневого тарного стекла с поцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.
- Рис. 7. Термическая устойчивость проб из стекла NEUTRAL с непоцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.
- Рис. 8. Термическая устойчивость проб из стекла NEUTRAL с поцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.
- Рис. 9. Термическая устойчивость проб из стекла SIMAX с непоцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.
- Рис. 10. Термическая устойчивость проб из стекла SIMAX с поцарапанной поверхностью.
 δ — термическая стойкость, f_2 — относительная четность.

STRENGTH AND THERMAL RESISTANCE TEMPERATURE OF SOME MASS-PRODUCED GLASSES

II. Thermal resistance

Vladimír Novotný, Milan Vích, Petr Kubišta

State Glass Research Institute, Hradec Králové

The present study had the aim to determine the thermal resistance of five mass-produced types of glass with both original and damaged surfaces, and to verify the possibility of calculating this property from the strength of glass using the formula specified in literature. The measurements were carried out according to the Soviet Standard GOST 7330-55 on 30 rods dia. 4 ± 0.1 mm and 30 ± 0.5 mm in length, the ends of which have been rounded by fusing. The test rods were prepared from the following types of glass:

1. Drawn sheet glass of the Fourcault type, 2. colourless container glass, 3. brown container glass, 4. aluminoborosilicate Neutral glass for pharmaceutical purposes, 5. laboratory Simax borosilicate glass. The chemical compositions and physical properties of the glasses are listed in [1]. The specimens were handled in the normal manner, i. e. no special care was taken to avoid accidental contact with non-sharp objects. Damaged-surface specimens were prepared by scratching them manually in the radial direction with abrasive cloth containing SiC of No. 240 grain size.

The thermal resistance was determined by a method identical in principle with standard methods. The heated samples were cooled down in a water bath. The heating temperature was increased by 5°C until all the specimens cracked on cooling.

The thermal resistance of specimens with original unscratched surfaces is listed in Table I, that of specimens with scratched surfaces in Table II. (The resistance is expressed by the largest temperature difference the specimen has withstood without

damage.) Reduction of the thermal resistance due to surface scratching is listed in Table III where ϑ_p is the mean thermal resistance of scratched specimens, ϑ_N is the mean thermal resistance of unscratched specimens.

The histograms of the frequency rate of experimental values and the derived model curves of standard frequency distribution are shown in Figs. 1 to 10.

The possibility of calculating the thermal resistance was verified by means of formulas (1) to (11) given in literature. The significances of the symbols are as follows: ϑ' = thermal resistance expressed by the temperature difference at which the specimen has just cracked, K is a constant, σ_p is tensile or bending strength, μ is the Poisson constant, E is the Young modulus of elasticity, h is the relative heat transmission coefficient, α' is the thermal transmission coefficient for heat transfer from the glass to the ambient medium, λ is the thermal conductivity of glass, r is the rod radius, hr is the Biot number, S_m is a function of the Biot number, r_1 is the unit radius in mm (1 mm), α is the thermal expansion coefficient, A_0 is a constant dependent on chemical composition of glass, f_r is a function of the rod radius.

In order to assess the applicability of formulas (1) to (11) for the calculation of thermal resistance Table V was constructed; there σ_{p0} is bending strength, σ_{pr} impact strength. The physical properties of the given glasses, substituted into relations (1) to (11), are listed in [1] and in Table IV.

Table VI is similar to Table V with the only difference that the thermal resistance ϑ is expressed in the standard way as the maximum difference in temperature which the specimen has withstood without damage.

Tables V and VI imply that the most accurate calculation is that based on the relationship $\vartheta = \frac{\text{const.}}{\alpha}$. Somewhat less accurate results can be obtained with the formula $\vartheta = \frac{\sigma_p(1 - \mu)}{\alpha E} \cdot \frac{1}{A_0 f_r}$ where constant A would depend on the respective type of glass and the state of its surface.

The unsuitability of the currently employed formulas (2) to (5) as well as the difference between the unequal losses in strength and thermal resistance after damaging the glass surface is explained by means of the statistical glass strength theory.

- Fig. 1. Thermal resistance of sheet glass specimens with undamaged surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*
- Fig. 2. Thermal resistance of sheet glass specimens with scratched surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*
- Fig. 3. Thermal resistance of colourless container glass specimens with unscratched surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*
- Fig. 4. Thermal resistance of colourless container glass specimens with scratched surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*
- Fig. 5. Thermal resistance of brown container glass specimens with unscratched surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*
- Fig. 6. Thermal resistance of brown container glass specimens with scratched surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*
- Fig. 7. Thermal resistance of neutral glass specimens with unscratched surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*
- Fig. 8. Thermal resistance of neutral glass specimens with scratched surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*
- Fig. 9. Thermal resistance of Simax glass specimens with unscratched surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*
- Fig. 10. Thermal resistance of Simax glass specimen with scratched surfaces;
 ϑ — thermal resistance, f_j — relative frequency.*