Silikáty *XXIII*, s. 233—243 (1979)

VÝPOČET TEPLOTNÍHO POLE VE SKLOVINĚ NUMERICKOU IMPLICITNÍ METODOU

Jaroslav Štefan, Miroslav Skřivan

Státní výzkumný ústav sklářský, 501 92 Hradec Králové, Škroupova 957

Došlo 10. 5. 1978

Řešení rovnice energie s nestacionárním členem numerickou síťovou implicitní metodou na číslicovém počítači spočívá v jejím diferencování, rozpisu na systém diferenčních (vesměs nelineárních) rovnic pro jednotlivé časové vrstvy zvolených střídavých směrů výpočtu a vypracování programu pro počítač. Výpočtově je sledován vliv hodnoty Prandtlova čísla na teplotní pole a je provedena analýza optimalizace časového kroku nestacionárních i stacionárních úloh.

ÚVOD

Sklářské vanové pece jsou základními technologickými agregáty na výrobu skloviny. Jejich konstrukčním řešením a způsobem jejich provozu je možné podstatně ovlivnit kvalitu skloviny, technické i ekonomické parametry výroby. O úspěšném vyřešení těchto problémů je však možné se přesvědčit až po postavení tavicího agregátu komplexním posouzením jeho činnosti a faktorů, které jeho provoz ovlivňují. Optimální skloubení často protichůdných požadavků nelze zřejmě nalézt bez hlubších znalostí fyzikálně chemických zákonitostí dějů, které probíhají uvnitř agregátu. V takovémto případě se již nelze obejít bez počítače.

Využití počítače pro vědeckotechnické výpočty z oblasti sklářské problematiky je ovšem mnohem širší. Vesměs vždy ale fyzikální analýza a znalost vytčeného problému vede k vytvoření vhodného deterministického modelu, který vychází ze současných znalostí studovaného technologického procesu, popř. z fyzikálních zákonitostí chování dané části strojního sklářského zařízení.

Takovýto model lze pak formulovat velmi obecně a tak zvýšit racionálnost opakovaných výpočtů, kdy pro dané konkrétní podmínky je nutné v deterministických modelech definovat pouze okrajové a počáteční podmínky určující jednoznačnost řešení. Přesnost výpočtů pak závisí hlavně na přesnosti určení fyzikálních koeficientů rovnic.

Téměř všechny technologické procesy spojené s výrobou skla jsou provázeny přenosem energie a ve velké míře je kvalita jednotlivých výrobních pochodů určena teplotním polem i dynamikou změn teplotního pole během procesu. Je zřejmé, že znalost vlivu teplotního pole a jeho dynamiky na základní fyzikálně chemické procesy patří mezi základní otázky, které musí být zodpovězeny před optimalizací výrobních procesů.

Matematické modelování teplotních procesů ve sklovině nebo v částech strojního zařízení, prováděné na číslicovém počítači, vyžaduje pečlivou volbu matematického aparátu. Nestacionární rovnice přenosu tepla, popisující přenos energie ve sklovině, je charakterizována existencí mohutného zářivého tepelného zdroje ve hmotě skloviny, nelineárností okrajových podmínek a teplotní závislostí fyzikálních vlastností hmot.

V článku je uveden efektivní algoritmus pro numerické řešení rovnice vedení tepla implicitní, absolutně stabilní metodou sítí. Přenos tepla ve více dimenzích je řešen zavedením střídavých směrů výpočtu.

Je uveden matematický aparát, umožňující velmi efektivně modelovat řadu aplikačních problémů z oblasti tepelných dějů, pro něž lze použít rovnice přenosu tepla (zachovací rovnice energie).

Numerické metody řešení rovnice přenosu nebo vedení tepla patří k nejrozšířenějším a je jim věnována rozsáhlá literatura [1], [2]. Zdá se, že nejefektivnějšími numerickými metodami řešení této rovnice jsou síťové a variační metody. Ze síťových metod jsou nejčastěji užívány metody konečných diferencí, kdy se hledá přibližné řešení zadané úlohy pouze v konečném počtu bodů sítě. Daná rovnice a okrajové podmínky se splní pouze přibližně v tom smyslu, že diferenciální a popř. jiné operátory, v rovnici se vyskytující, se nahradí operátory, které energetickou rovnici aproximují a které operují pouze s funkčními hodnotami ve zvolených bodech. Metoda sítí je pro řešení nestacionárních problémů vedení tepla vhodnější než metody variační. Článek je logickým pokračováním dříve publikované práce [3].

MATEMATICKÁ FORMULACE FYZIKÁLNÍ ÚLOHY

Při formulaci fyzikálního problému přenosu energie ve sledovaném neizotermním systému je vhodné vycházet z nestacionárních podmínek. Takovýto fyzikální přístup je obecnější a při matematickém řešení lze výhodně sestavit algoritmus výpočtu tak, že stavy stacionární i nestacionární lze vyjádřit a řešit stejným matematickým aparátem. Pak stav teplotního pole, jež se dále s časem nevyvíjí, je řešením stacionární úlohy.

Pro viskózní kapalinu a pomalé dvojrozměrné proudění kapaliny lze psát zjednodušeně rovnici zachování tepelné energie (rovnici přenosu tepla):

$$\varrho c\left[\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT)\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + Q. \qquad (1)$$

Levá strana rovnice (1) je složena z nestacionárního členu a členů konvektivních, které vyjadřují přenos tepla prouděním kapaliny. Pravá strana rovnice pak obsahuje tzv. difúzní člen (přenos tepla molekulární vodivostí) a měrný objemový tepelný zdroj Q.

DIFERENCOVÁNÍ VÍCEROZMĚRNÉ ROVNICE ZACHOVÁNÍ ENERGIE IMPLICITNÍM SCHÉMATEM

Při náhradě diferenciálních operátorů v rovnici (1) operátory diferenčními budeme postupovat implicitním způsobem. To znamená, že výpočet bude probíhat rekurentně tak, že z řešení v obecném (k — 1) časovém intervalu budeme počítat řešení v časovém intervalu (k).

Efektivnost výpočtu tepelných přenosů síťovou implicitní metodou je podmíněna možností sestavit z diferencované rovnice (1) soustavu lineárních algebraických rovnic s tridiagonální maticí koeficientů. U vícerozměrného problému lze tuto podmínku splnit zavedením střídavých směrů výpočtu nebo metodou rozštěpení operátorů [3].

Rozdělíme interval výpočetní oblasti $\langle 0, X\rangle$ na N dílků a interval $\langle 0, Y\rangle$ na M dílků. Spojením dělicích bodů pokryjeme jednoduchou pravoúhlou oblast výpočetní sítí. Indexově označme obecný uzel sítě (i, j), funkční hodnoty v časovém kroku (k) pak $T^{(k)}_{i,j}$.

Diferenční náhrada rovnice (1) při přechodu z (k — 1) časové vrstvy do vrstvy $\left(k - \frac{1}{2}\right)$ je pro výpočetní směr x dána vztahem (2) a obdobně ve výpočetním směru y pro přechod z časové vrstvy $\left(k - \frac{1}{2}\right)$ do vrstvy (k) vede ke vztahu (3).

Jednodušší výrazy získáme u metody rozštěpení. Diferenčním vyjádřením rovnice (1) dostaneme (4) pro výpočetní směr x a (5) pro výpočetní směr y.

$$
\begin{aligned}
&(\varrho c)^{(k-1)}_{i,j}\left[\frac{T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j} - T^{(k-1)}_{i,j}}{\frac{r}{2}} + \frac{u^{(k-1)}_{i+1,j}T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i+1,j} - u^{(k-1)}_{i-1,j}T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i-1,j}}{2h} + \right.\\
&\left. + \frac{v^{(k-1)}_{i,j+1}T^{(k-1)}_{i,j+1} - v^{(k-1)}_{i,j-1}T^{(k-1)}_{i,j-1}}{2l}\right] = \lambda^{(k-1)}_{i+\frac{1}{2},j}\,\frac{T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i+1,j} - T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j}}{h^2} -\\
&- \lambda^{(k-1)}_{i-\frac{1}{2},j}\,\frac{T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j} - T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i-1,j}}{h^2} + \lambda^{(k-1)}_{i,j+\frac{1}{2}}\,\frac{T^{(k-1)}_{i,j+1} - T^{(k-1)}_{i,j}}{l^2} -\\
&- \lambda^{(k-1)}_{i,j-\frac{1}{2}}\,\frac{T^{(k-1)}_{i,j} - T^{(k-1)}_{i,j-1}}{l^2} + \frac{1}{2}\,Q^{(k-1)}_{i,j}\,.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\varrho c)^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j}\left[\frac{T^{(k)}_{i,j} - T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j}}{\frac{r}{2}} + \frac{u^{(k-1)}_{i+1,j}T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i+1,j} - u^{(k-1)}_{i-1,j}T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i-1,j}}{2h} + \right.\\
&\left. + \frac{v^{(k-1)}_{i,j+1}T^{(k)}_{i,j+1} - v^{(k-1)}_{i,j-1}T^{(k)}_{i,j-1}}{2l}\right] = \lambda^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i+\frac{1}{2},j}\,\frac{T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i+1,j} - T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j}}{h^2} -\\
&- \lambda^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i-\frac{1}{2},j}\,\frac{T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j} - T^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i-1,j}}{h^2} + \lambda^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j+\frac{1}{2}}\,\frac{T^{(k)}_{i,j+1} - T^{(k)}_{i,j}}{l^2} -\\
&- \lambda^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j-\frac{1}{2}}\,\frac{T^{(k)}_{i,j} - T^{(k)}_{i,j-1}}{l^2} + \frac{1}{2}\,Q^{\left(k-\frac{1}{2}\right)}_{i,j}\,.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

$$(\varrho c)_{i,j}^{(k-1)}\left[\frac{T_{i,j}^{(k-\frac{1}{2})}-T_{i,j}^{(k-1)}}{\frac{r}{2}}+\frac{u_{i+1,j}^{(k-1)}T_{i+1,j}^{(k-\frac{1}{2})}-u_{i-1,j}^{(k-1)}T_{i-1,j}^{(k-\frac{1}{2})}}{2h}\right]=$$

$$=\lambda_{i+\frac{1}{2},j}^{(k-1)}\frac{T_{i+1,j}^{(k-\frac{1}{2})}-T_{i,j}^{(k-\frac{1}{2})}}{h^2}-\lambda_{i-\frac{1}{2},j}^{(k-1)}\frac{T_{i,j}^{(k-\frac{1}{2})}-T_{i-1,j}^{(k-\frac{1}{2})}}{h^2}+Q_{i,j}^{(k-1)}. \quad (4)$$

$$(\varrho c)_{i,j}^{(k-1)}\left[\frac{T_{i,j}^{(k)}-T_{i,j}^{(k-\frac{1}{2})}}{\frac{r}{2}}+\frac{v_{i,j+1}^{(k-1)}T_{i,j+1}^{(k)}-v_{i,j-1}^{(k-1)}T_{i,j-1}^{(k)}}{2l}\right]=$$

$$=\lambda_{i,j+\frac{1}{2}}^{(k-1)}\frac{T_{i,j+1}^{(k)}-T_{i,j}^{(k)}}{l^2}-\lambda_{i,j-\frac{1}{2}}^{(k-1)}\frac{T_{i,j}^{(k)}-T_{i,j-1}^{(k)}}{l^2}+Q_{i,j}^{(k-1)}. \quad (5)$$

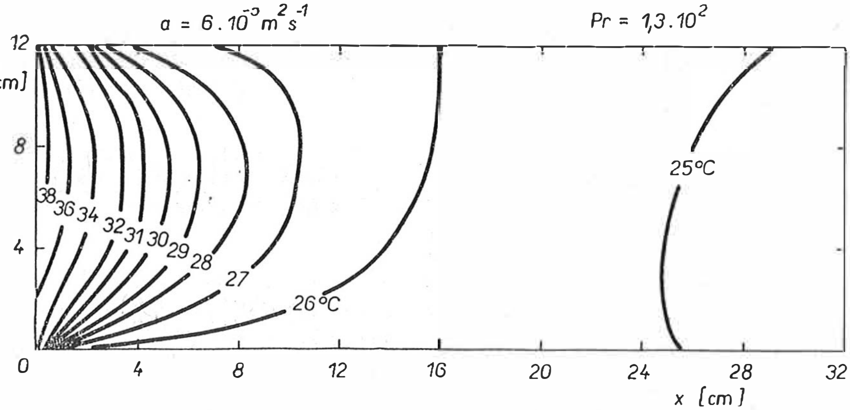
Správnému vyjádření okrajových a počátečních podmínek sítě, odpovídajících zadání úlohy, je nutno věnovat velkou pozornost. I pro okrajové prvky je nutné použít rovnici zachování energie popisující nestacionární podmínky.

NĚKTERÉ VÝPOČETNÍ APLIKACE

Z řady provedených výpočtů uveďme výpočet teplotního pole v modelovací kapalině za jednoduchých geometrických i okrajových podmínek. Výpočtů bylo použito jednak pro sledování vlivu tepelné vodivosti kapaliny na rozdělení teplot, jednak pro zjišťování vlivu časového kroku výpočtu na konvergenci a rychlost výpočtů. Dále bude uvedeno teplotní pole, výpočtené ve svislém řezu elektrické kontinuální pece o výkonu 1 t/24 h.

Vliv hodnoty Prandtlova čísla na teplotní pole

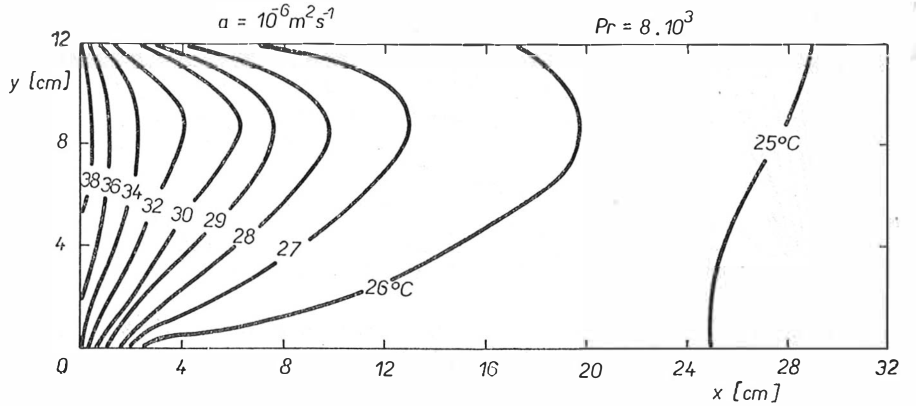
V tomto odstavci ukážeme výsledky výpočtů teplotního pole v pravoúhlém uzavřeném prostoru vyplněném viskózní modelovací kapalinou. Stěny komory



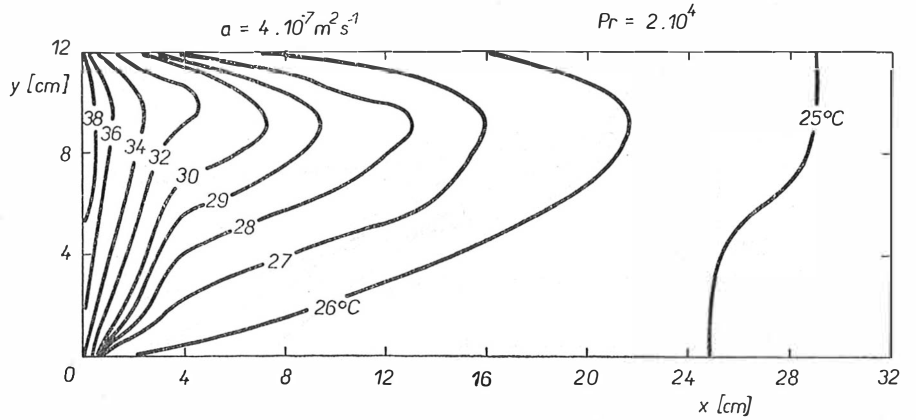
Obr. 1. Teplotní pole v modelové kapalině, vypočtené pro $a = 6 \cdot 10^{-5}$ m²/s, Pt = 1,3 . 10².

jsou udržovány termostatem na předepsaných hodnotách. Proudění kapaliny přirozenou konvekcí bylo vyjádřeno řešením pohybových rovnic, rovněž s užitím implicitní metody střídavých směrů.

Na obr. 1 až 4 jsou znázorněny výsledky řady výpočtů provedených pro různé hodnoty součinitele teplotní vodivosti kapaliny $a = \lambda/\varrho c$. Rozložení teplot na okrajích oblasti bylo vzato z experimentálního měření. Vlivem přirozené konvekce stoupá kapalina podél levé boční stěny (40 °C) vzhůru a ohřívá se. Proud kapaliny se potom stáčí doprava a podél pravého okraje (24 °C) klesá a vrací se k teplé stěně.



Obr. 2. Teplotní pole v modelové kapalině, vypočtené pro $a = 10^{-6}$ m²/s, Pr = 8 . 10³.

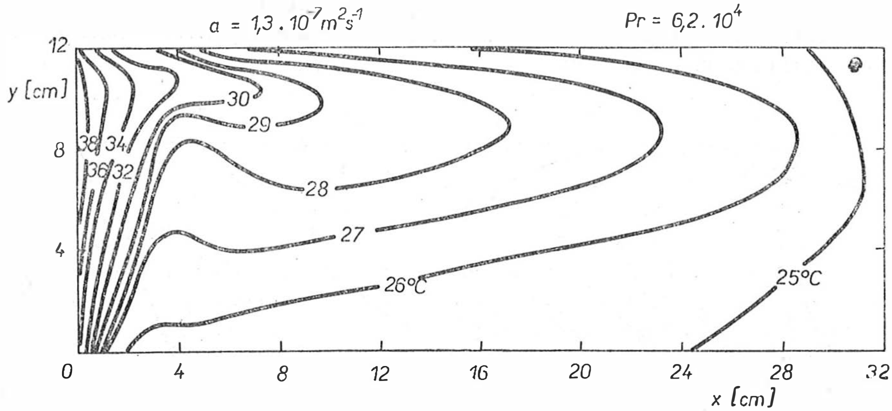


Obr. 3. Teplotní pole v modelové kapalině, vypočtené pro $a = 4 . 10^{-7}$ m²/s, Pr = 2 . 10⁴.

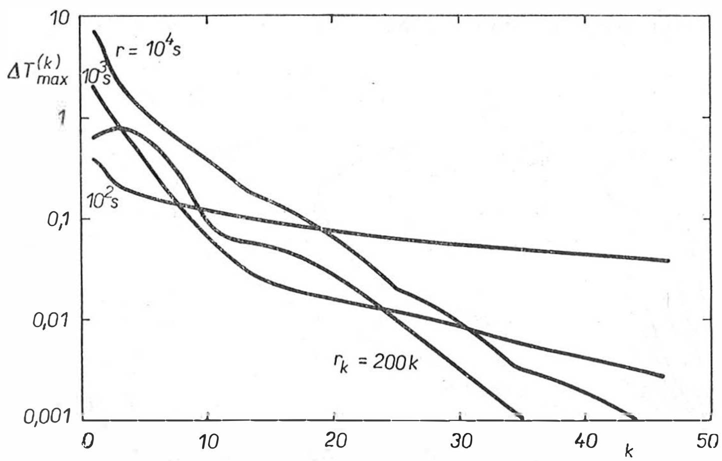
Vypočtené hodnoty teplotního pole dobře odpovídají naměřeným hodnotám. Doba výpočtu na počítači ODRA 1204 byla v rozmezí 30—40 min pro síť 33×13 bodů.

Pro stálé hodnoty Reynoldsova čísla (Re = $6{,}45 . 10^{-5}$) byla spočtena teplotní pole pro 4 rozdílné hodnoty Prandtlova čísla Pr. Vysoké hodnoty teplotní vodivosti a jim odpovídajících nízké hodnoty Pr vyhlazují teplotní pole v proudící kapalině potlačením vlivu proudění. Obdobný vliv mají nízké hodnoty čísla Re.

Z obr. 1 je zřejmé, že pro velkou teplotní vodivost ($a = 6 \cdot 10^{-5}$ m²/s) není v teplotním poli vliv proudění zřejmý. Převážná část tepelné energie je převáděna molekulární tepelnou vodivostí, takže sdílení tepla vede ke stejnému



Obr. 4. Teplotní pole v modelové kapalině, vypočtené pro $a = 1{,}3 \cdot 10^{-7}$ m²/s, Pr = $6{,}2 \cdot 10^4$.



Obr. 5. Vliv stálého a rovnoměrně se zvětšujícího časového kroku na konvergenci řešení.

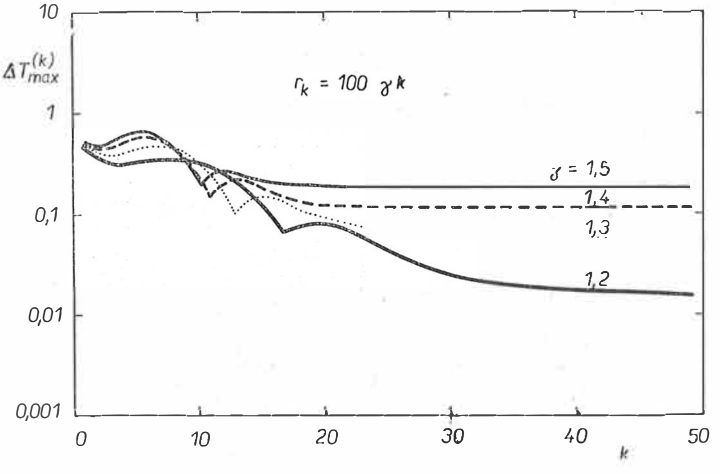
obrazu jako v tuhém tělese. Další zvyšování hodnot součinitele měrné teplotní vodivosti už nemá prakticky žádný vliv na rozložení teplot v kapalině.

Na obr. 2 je hodnota teplotní vodivosti snížena ($a = 10^{-6}$ m²/s). Spodní část izoterm se téměř neliší od předchozího případu, v horní části je již patrna deformace izoterm ve směru proudění kapaliny.

S klesajícími hodnotami teplotní vodivosti (obr. 3 pro $a = 4 \cdot 10^{-7}$ a obr. 4 pro $a = 1{,}3 \cdot 10^{-7}$ m²/s) je deformace izoterm nápadnější a je patrný i vliv zpětného proudu ve spodní části. Větší vliv dopředné části proudu lze vysvětlit tím, že proudění teplejší kapaliny je značně rychlejší a je soustředěno v užším pásmu.

Stanovení optimálního časového kroku

Pro zjištění optimálního časového kroku pro výpočet stacionárního problému byl opakován výpočet téhož příkladu za stejných počátečních podmínek s různou volbou časového kroku. V jednotlivých bodech výpočetní sítě byly vyhodnocovány rozdíly mezi řešeními v sousedních časových vrstvách $\Delta T_{i,j}^{(k)} = T_{i,j}^{(k)} - T_{i,j}^{(k+1)}$; největší z nich $\Delta T_{\max}^{(k)} = \mathrm{Max} \mid \{\Delta T_{i,j}^{(k)}\} \mid$ může sloužit jako kritérium rychlosti konvergence výpočtu. Zjištěné vztahy mezi rychlostí konvergence a časovým krokem ukazují obr. 5 a 6. Nepravidelnosti v průběhu závislosti $\Delta T_{\max}^{(k)}$ jsou způsobeny tím, že maximální odchylky se nevyskytují stále ve stejném bodě sítě.



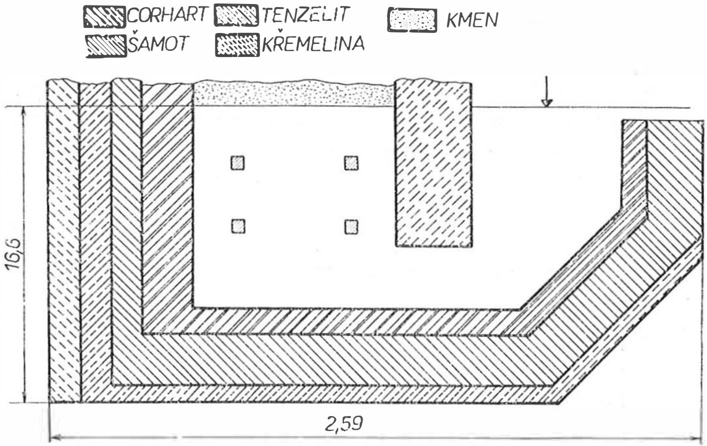
Obr. 6. Vliv časového kroku, rostoucího podle geometrické řady, na konvergenci řešení.

Nejjednodušším případem je užití stálého časového kroku. Tři varianty ($r = 10^2$, 10^3 a 10^4 s) jsou uvedeny na obr. 5. Na začátku výpočtu dává nejlepší výsledky kratší časový krok, ale v průběhu řešení nabývají postupně na významu delší časové kroky tak, jak se výpočet přibližuje ustálenému stavu. Dále byl zjišťován vliv proměnlivého časového kroku podle aritmetické řady $r_k = 200k$. Kromě počáteční oblasti dochází k rychlému a pravidelnému snižování teplotních odchylek a řešení rychle konverguje ustálenému stavu. Změna časového kroku podle geometrické řady r_k 100 . γ^k se naproti tomu neosvědčila. Z obr. 6 je zřejmé, že $\Delta T_{\max}^{(k)}$ neklesá pod určitou hodnotu, takže výpočet nemůže dospět k ustálenému stavu.

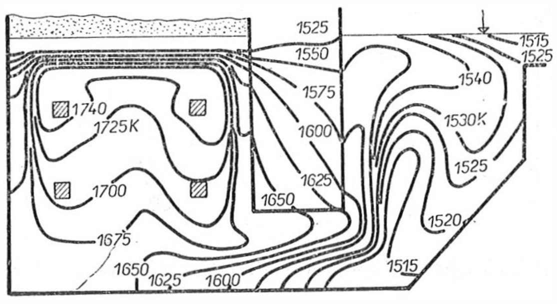
J. Štefan, M. Skřivan:

Použití implicitní metody pro simulační výpočty teplotních polí ve sklovině

Znalost teplotního pole je jednou z určujících podmínek pro získání objektivního názoru na posouzení kvality zkoumaného technologického pochodu. Pro posouzení možností využití výpočetní techniky v této oblasti uvádíme příklad výpočtu rozložení teplot ve svislém řezu celoelektrické tavicí pece o výkonu 1 $t/24$ h, vytápěné dvěma páry horizontálních elektrod. Na obr. 7 je uvedeno schéma uvedené pece včetně složení stěn a umístění elektrod. Výpočet byl proveden implicitní metodou střídavých směrů ve výpočetní síti s 35×17 uzlo-



Obr. 7. Schéma celoelektrické pece o výkonu 1 t/24 h.*)



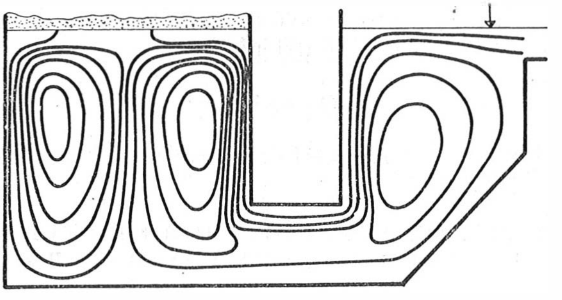
Obr. 8. Vypočtené teplotní pole ve sklovině draselný křišťál a v mostu elektrické vany o výkonu 1 t/24 h.

vými body pro sklovinu draselný křišťál. Přibližná doba výpočtu byla 15 h na počítači Odra 1204, popř. asi 30 minut na počítači IBM 370. Výsledky výpočtu teplotního pole jsou znázorněny na obr. 8. Z průběhu izoterm lze usuzovat i na směr proudění skloviny. Středem tavicího prostoru stoupá sklovina vzhůru, ochlazuje se a po obou stranách (zadní stěna a most) opět klesá. Horní částí průtoku proudí sklovina do pracovní části, stoupá podle mostu k hladině a částečně odtéká z vany výtokem, částečně se opět vrací jako zpětný proud.

*) Na obrázku je nesprávně uvedena kóta 16,6 místo 1,16 a je provedeno nesprávné šrafování corhartového mostu.

Tyto vztahy jsou lépe patrny z proudnic na obr. 9. O výpočtu proudnic a o výpočtu složek rychlosti proudění u, v i elektrického výkonu Q, potřebných k řešení rovnice přenosu energie (1), bude pojednáno v některé z následujících prací.

Při numerickém řešení rovnice (1) v proudící kapalině nejsou už zmíněné implicitní metody vlivem proměnlivých konvektnivních členů absolutně stabilní, a proto je zde nutné dodržet určitá omezující kritéria. Přesto však mají implicitní metody určité výhody proti metodám explicitním.



Obr. 9. Proudnice ve sklovině draselný křišťál.

ZÁVĚR

Popsaná implicitní metoda umožňuje řešit velmi efektivně i pomalu se vyvíjející teplotní děje.

Při řešení přenosu tepla v proudící kapalině není již tato metoda absolutně stabilní (vlivem konvektivních členů), ale přesto umožňuje výpočet i pro dosti velké hodnoty Pr, Re a Fo čísla bez větších obtíží, které lze odstranit vhodnou metodikou výpočtu.

Bylo experimentálně prokázáno, že tato metoda dává výsledky v přijatelném rozsahu přesnosti i pro značně hrubou síť.

Literatura

[1] Ralston A.: *Základy numerické matematiky.* Academia, Praha 1973.
[2] Samarskij A. A.: *Vvedenie v teoriju raznostnych schem.* Nauka, Moskva 1971.
[3] Štefan J., Skřivan M.: Využití numerické implicitní metody pro řešení nestacionárního přenosu tepla ve vícerozměrném prostoru. Sklář a keramik *28*, 3 (1978).

Přehled použitých symbolů

τ	s	čas
T	K	teplota
c	J . kg^{-1}K^{-1}	měrné teplo za stálého tlaku
ϱ	kg . m^{-3}	měrná hmotnost
λ	W . m^{-1}K^{-1}	součinitel měrné tepelné vodivosti
a	m^2 . s^{-1}	součinitel měrné teplotní vodivosti
u	m . s^{-1}	složka rychlosti ve směru x

v	m . s^{-1}	složka rychlosti ve směru y
Q	W . m^{-3}	měrný objemový zdroj tepla
h	m	rozměr oka sítě ve směru x
l	m	rozměr oka sítě ve směru y
r	s	časové dělení sítě
M		pořadové číslo posledního řádku sítě
N		pořadové číslo posledního sloupce sítě

Indexy

i, j	prostorové dělení sítě
k	časové dělení sítě

Operátory

$\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial \tau}$	parciální derivace

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В СТЕКЛОМАССЕ ЧИСЛЕННЫМ НЕЯВНЫМ МЕТОДОМ

Ярослав Штефан, Мирослав Скрживан

Государственный научно-исследовательский институт стекла, Градец Кралове

В статье описан эффективный сеточный численный метод по решению уравнения передачи энергии. По сравнению с явными методами неявный метод извлекает пользу из того, что он не требует выполнения дополнительных условий устойчивости, связывающих расчетный временной шаг, плотность расчетной сетки и физические свойства среды. Для численного решения нестационарного уравнения передачи энергии на цифровой вычислительной машине необходимо перевести дифференциальные уравнения в разностные. Приведена также переработка системы разностных, большей частью нелинейных уравнений для отдельных временных слоев методом продольно поперечной прогонки. Таким образом обеспечено, что матрица системы уравнений неявного описания остается тридиагональной также для решения многомерных задач, за счет чего обеспечено по времени эффективное решение.

В части, кас. применения, математическая модель использована для исследования влияния значения числа Прандтла на температурное поле. Результаты хорошо соответствуют экспериментальным данным. Большое внимание также уделено определению оптимального временного шага.

Описанная методика была применена для расчета распределения температуры в стекловаренной ванной печи.

Рис. 1. Температурное поле в модельной жидкости, расчитанное для $a = 6 \cdot 10^{-5}$ м²/с, Пр $= 1{,}3 \cdot 10^2$.

Рис. 2. Температурное поле в модельной жидкости, расчитанное для $a = 10^{-6}$ м²/с, Пр $= 8 \cdot 10^3$.

Рис. 3. Температурное поле в модельной жидкости, расчитанное для $a = 4 \cdot 10^{-7}$ м²/с, Пр $= 2 \cdot 10^4$.

Рис. 4. Температурное поле в модельной жидкости, расчитанное для $a = 1{,}3 \cdot 10^{-7}$ м²/с, Пр $= 6{,}2 \cdot 10^4$.

Рис. 5. Влияние постоянного и непременно увеличивающегося временного шага на конвергенцию решения.

Рис. 6. Влияние временного шага, растущего по геометрическому ряду, на конвергенцию решения.

Рис. 7. Схема полноэлектрической печи мощностью 1 т/сутки.

Рис. 8. Расчитанное температурное поле в стекломассе калиевый хрусталь и в мосте электрической ванны мощностью 1 т/сутки.

Рис. 9. Линии тока в стекломассе калиевый хрусталь.

CALCULATION OF TEMPERATURE FIELD IN THE MELT BY A NUMERICAL IMPLICIT METHOD

Jaroslav Štefan, Miroslav Skřivan

State Glass Research Institute, Hradec Králové

In the article an effective grid numerical method for the solution of an energy transfer equation is described. In comparison with explicit methods the implicit method is more advantageous as it does not require additional stability conditions, tying together the numerical time step, the numerical grid dimension and the physical properties of the domain. For numerical solution of a non-stationary energy transport equation by a digital computer the differential equations are to be transformed into difference equations. A system of difference equations, mostly non-linear ones, for individual time layers of alternate directions of the calculation is specifid. Thus it is ensured that the matrix of the system of implicit description equations remains tridiagonal also for the solving of multidimensional problems so that a time-effective solution is guaranteed.

The mathematical model was used for following the influence of the Prandtl number value on the temperature field. The results are in good agreement with experimental data. Attention is also paid to the optimum time step determination.

The method described was used for the calculation of temperature distribution in a glass tank furnace.

Fig. 1. Temperature field in a model liquid, computed for $a = 6 \times 10^{-5}$ m^2/s, Pr $= 1.3 \times 10^2$.
Fig. 2. Temperature field in a model liquid, computed for $a = 10^{-6}$ m^2/s, Pr $= 8 \times 10^3$.
Fig. 3. Temperature field in a model liquid, computed for $a = 4 \times 10^{-7}$ m^2/s, Pr $= 2 \times 10^4$.
Fig. 4. Temperature field in a model liquid, computed for $a = 1.3 \times 10^{-7}$ m^2/s, Pr $= 6.2 \times 10^4$.
Fig. 5. The effect of constant and uniformly increasing time step on the solution convergency.
Fig. 6. The effect of time step increasing according to a geometric series on the solution convergency.
Fig. 7. Schematic diagram of an all-electric furnace of 1 t/24 h output.
Fig. 8. Computed temperature field in a potassium crystal melt and in the electric tank furnace bridge of 1 t/24 h output.
Fig. 9. Flow path in a potassium crystal gass melt.