Silikáty *XXIV*, s. 59—80 (1980)

VÍCEFÁZOVÉ ELEKTRICKÉ PROUDOVÉ POLE VE SKLOVINĚ

MILOSLAV NĚMEČEK, JAROSLAV ŠTEFAN*), MIROSLAV SKŘIVAN*)

*) *Společná laboratoř chemie a technologie silikátů ČSAV—VŠCHT, 166 28 Praha 6, Suchbátarova 5*

**) *Státní výzkumný ústav sklářský, 501 92 Hradec Králové, Škroupova 597*

Došlo 19. 10. 1978

Článek uvádí stručný přehled základních vztahů vyjadřujících vlastnosti střídavých vícefázových elektrických proudových polí v nemagnetickém elektricky vodivém prostředí a jejich využití s příklady, a výsledky numerické realizace pro sklovinu. Zavedení vhodných pojmů: lineárního pole, jeho parciálních proudů a parciálních ohmických odporů, jejichž síť je diskrétní náhradou elektricky vodivého kontinua mezi elektrodami, a metodicky původní aplikace principu superpozice, především na hranicích elektrického proudového pole, dovolily odvození původních vztahů popisujících základní elektrické a elektroenergetické veličiny. Tento teoreticky ucelený postup umožňuje nová numerická řešení, jejichž některé výsledky jsou v aplikační části článku ukázány, obohatí možnosti měření a experimentálního výzkumu a dovolí řešit složité úlohy interakce elektrického proudového pole s jeho napájecími zdroji.

ÚVOD

Pro modelování a výzkum celoelektrických sklářských tavicích agregátů je charakteristický především stav poznání elektrického, teplotního a hydrodynamického pole, a zejména úroveň využitelnosti výsledků tohoto výzkumu pro aplikační cíle. Z uvedených tří polí je předmětem našeho zájmu elektrické proudové pole v tavené sklovině. Základní (bilanční) vztahy vyjadřující princip zachování (energie a hybnosti) jsou ve formě rovnic energie (skalární rovnice Fourier-Kirchhoffova a její modifikace) a hybnosti (vektorová rovnice Navier-Stokesova a její modifikace) neměnným a pevným východiskem pro numerickou realizaci matematických substančních modelů teplotního a hydrodynamického pole. Základní vyjádření zákona zachování elektrického množství je však zcela nepostačující pro popis elektrických proudových polí vyvolaných vícefázovými napájecími zdroji elektrického proudu v elektricky vodivém prostředí, jímž je roztavená sklovina. To bylo hlavním momentem požadavku pečlivého zpracování nejdůležitějších aplikačních vztahů dovolujících dostatečně podrobné výpočty a výzkum vlastností elektrických vícefázových proudových polí.

Současný stav poznání lze z hlediska potřeb aplikační praxe označit jako ne zcela uspokojivý, jak o tom svědčí stručný přehled literatury z této oblasti. Lze ho charakterizovat z tří hlavních pohledů:

— K řešení elektrických polí užívají dále citovaní autoři především analytických výrazů odvozovaných metodami superpozice, zrcadlení a konformní transformace dvojrozměrných polí z tzv. základních případů známých z aplikací komplexní proměnné (popř. ryze empiricky). K jejich dalšímu zpracování enumerací je používán samočinný počítač [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8]. Výsledky řešení jsou zatíženy nepřesností vzniklou především proto, že je nutné přijmout předpoklad konstantního součinitele elektrické vodivosti a stejné délky elektrod (řešení jsou samozřejmě omezena na okrajové úlohy 1. druhu na elektrodách a 2. druhu na elektricky nevodivých konturách).

— Výhod řešení elektrických polí (vycházejících z diskretizace diferenciální rovnice pole a dovolujících při využití počítače zavést proměnnost elektrické vodivosti při obecně libovolné geometrické konfiguraci) není dosud dostatečně široce využíváno ([9], [10], [11], [12], [13], [14], [15]). Dosavadní výsledky naznačují, že jde o řešení úloh s okrajovými podmínkami 1. druhu,*) a (s výjimkou [13], [14], [15]) o jednofázové napájení pole.
— Ucelený soubor aplikačních vztahů pro vícefázová střídavá pole nebyl dosud v dostupné literatuře nalezen. Řešení okrajových úloh 1. druhu pro třífázové pole z tří závislých zdrojů bylo pouze naznačeno ([1], [3]); pro pole mezi čtyřmi elektrodami napájenými z dvou nezávislých zdrojů ([16]), avšak nebylo dovedeno do konce. Pro více nezávislých zdrojů nebyla interakce zdrojů s proudovým polem podle dostupných pramenů řešena.

Jak z této krátké orientace vyplynulo, není vlastně soubor vztahů, který by dovolil moderní výpočetní techniky využít zásadně jinak, než jen k enumeraci vztahů získaných v podstatě klasickými matematickými postupy a zaplacených nutností přijmout řadu hrubých zjednodušení nutných k řešení „klasických" okrajových úloh, především úloh 1. druhu. Tento stav vedl autory příspěvku již před časem k tomu, že od otázek matematického modelování teplotních polí přešli k podrobnějšímu výzkumu možností popisu zdrojového členu Jouleova tepla vznikajícího průchodem vícefázového elektrického proudu vodivým prostředím a posléze k podrobnému výzkumu vlastností vícefázových elektrických polí a jejich modelování matematickými metodami. Tento výzkum není ještě beze zbytku ukončen, což je s ohledem na rozsah problematiky přirozené. Přinesl však již některé zajímavé výsledky pro zcela konkrétní případy v praxi. V předloženém příspěvku si autoři vytkli za cíl seznámit čtenáře jednak s průběhem prací, a to formou výčtu hlavních pojmů a původních aplikačních vztahů, jednak s numerickými výsledky, demonstrovanými na některých příkladech z výzkumné praxe, zejména z oblasti návrhu sklářských celoelektrických tavicích agregátů.

TEORETICKÁ ČÁST

Základní rovnice

Jak je známo, platí pro elektrické proudové pole v rovnovážných podmínkách zákon zachování elektrického množství vyjádřený vztahy

$$\int_{S_v} \boldsymbol{J}_{S_v} \,.\, \mathrm{d}\boldsymbol{S}_V + \sum_{p=1}^{P} i_p = 0, \tag{1a}$$

popř.

$$\nabla \boldsymbol{J} + \delta(i_p) = 0, \tag{1b}$$

kde $\delta(i_p)$ je bilance proudů z bodových zdrojů (zřídel) obsažených v elementárním objemu $\mathrm{d}V$, pro nějž diferenciální vztah (1b) platí.

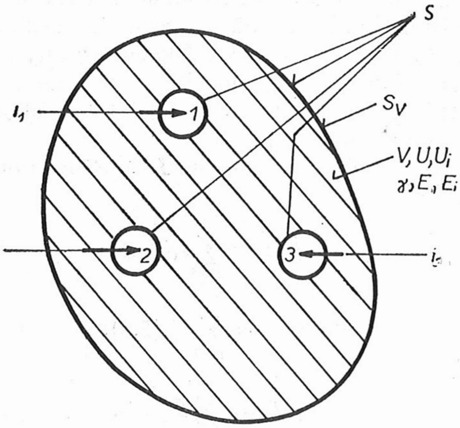
Pro další úvahy je zaveden pojem lineárního pole, pro něž je

a) $\delta(i_p) \equiv 0,\ i_p \equiv 0,$ (1c)

b) součinitel γ elektrické vodivosti prostředí je pouze funkcí polohy a času ($\gamma = \gamma(\xi, t)$).

*) Míněna část okrajových podmínek na elektrodách, které jsou 1. druhu.

Pole je nezřídlové, tj. kontura S_V ohraničující objem V elektricky vodivého prostředí s proudovým polem je vedena tak, aby neobsahovala žádný z diskrétních zdrojů nebo propadů elektrického množství. Pak $i_p \equiv 0$ uvnitř V a S_V, proudové pole se stane nezřídlovým a ovšem kontura S_V je nejednoduše souvislá (viz obr. 1).



Obr. 1. Nejednoduše souvislá kontura S nezřídlového pole (zřídla 1, 2, 3 jsou vyňata z objemu V vedením kontury S).

Základní vztahy zachování elektrického množství pro lineární pole jsou pak: v integrálním vyjádření

$$\int_{S_v} \gamma_{Sv}(\nabla U) \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = 0, \tag{2}$$

$-\gamma \nabla U = \gamma \mathbf{E} = \mathbf{J}$ je proudová hustota, $\mathbf{E}$ je vektor intenzity pole; v diferenciálním vyjádření platí lineární rovnice

$$-\nabla \mathbf{J} = \nabla(\gamma \nabla U) = 0. \tag{3}$$

Zde U značí okamžitý elektrický napěťový potenciál v příslušném místě pole uvnitř objemu V popř. na jeho ohraničující kontuře S_V.

Uvedené základní vztahy (2) a (3) mají především toto použití:

— diferenciální rovnice (3) k vyšetření pole uvnitř objemové oblasti V;

— integrální vztah (2) k funkcionálnímu vyjádření proměnných pole na jeho ohraničující kontuře S_V na základě provedeného řešení rovnice (3) při příslušných okrajových podmínkách;

— oba vztahy (2) a (3) k analýze vlastností pole a odvození efektivních aplikačních vztahů pro řešení praktických úloh; jimi zde rozumíme nejen úlohy o samotném poli, nýbrž i úlohy o interakci pole a jeho okolí.

Stručný přehled aplikačních vztahů

V našich dosavadních pracích byly vztahy (2) a (3) využity především k vytvoření nejdůležitějšího aplikačního aparátu a k některým základním úvahám orientovaným zprvu na ověření možností a prostředků numerické realizace, později pro řešení úloh k získání základních fyzikálních a konstrukčních informací o vyvíjených tavicích agregátech.

Analytické práce, zařazené na prvé místo časové řady teoretického výzkumu, vycházely především z vlastnosti superpozice lineárních polí. Byly zaměřeny jednak na odvození vztahů pro okamžité hodnoty proměnných superponovaného elektrického proudového pole, jednak na nalezení aplikačních vztahů umožňujících přechod k experimentálně zjistitelným efektivním veličinám vícefázových střídavých složených proudových polí. Ukázalo se, že aplikační vztahy odvozené pro okrajové úlohy 1. druhu (na elektrodách) jsou použitelné pro numerické řešení lineárních okrajových úloh ostatních, popř. i pro numerická řešení složených linearizovaných okrajových úloh původně nelineárních.

Vlastnost superpozice pro proudové hustoty $\mathbf{J}$, napěťové potenciály U a intenzity $\mathbf{E}$ pole je vyjádřena vztahy

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{J}(\xi, t) &= \sum_{i=1}^{I} \mathbf{J}_i(\xi, t), \\ U(\xi, t) &= \sum_{i=1}^{I} U_i(\xi, t), \\ \mathbf{E}(\xi, t) &= \sum_{i=1}^{I} \mathbf{E}(\xi, t). \end{aligned}\right\} \quad (4a)$$

pro I dílčích a lineárních proudových polí s jejich veličinami $\mathbf{J}_i$, U_i, $\mathbf{E}_i$, pro které platí zákon zachování elektrického množství, tj.

$$\nabla \mathbf{J}_i(\xi, t) \equiv 0. \quad (4b)$$

Vlastnost superpozice není v rozporu se zákonem zachování elektrického množství v superponovaném lineárním poli, vyjádřeným vztahy

$$\nabla \mathbf{J}(\xi, t) = 0 = \sum_{i=1}^{I} \nabla \mathbf{J}(\xi, t) = \nabla(\gamma \sum_{i=1}^{I} \nabla U_i(\xi, t)) \quad (4)$$

popř.

$$\int_S [\gamma \sum_{i=1}^{I} \nabla U_i(\xi, t)]_S \,.\, \mathbf{dS} = 0. \quad (5)$$

Z této vlastnosti vyšly metodicky původní postupy, jimiž byly odvozeny všechny aplikační vztahy. Byl zaveden pojem parciálních proudů mezi dvěma elektricky dokonale vodivými konturami S_i, S_j, na něž jsou přiloženy napěťové potenciály U_{pi}, $U_{pj} \neq U_{pi}$, a to:

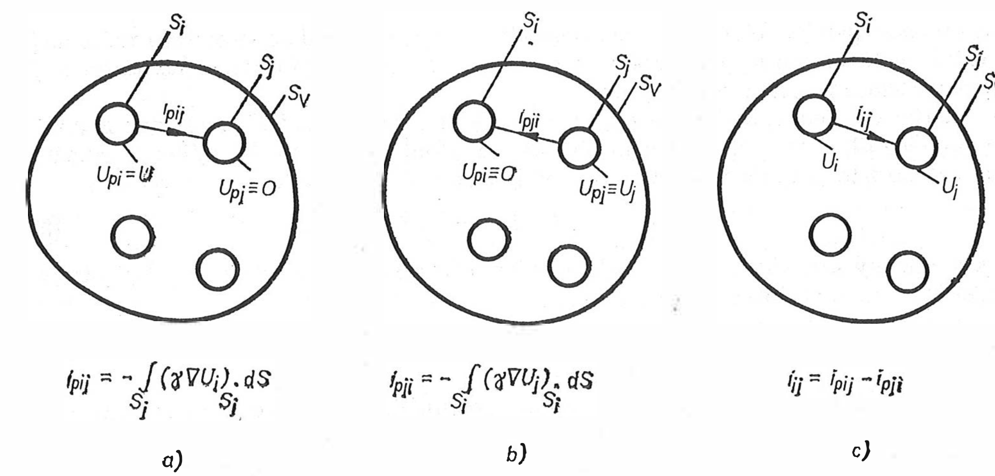
i_{pij} pro $U_{pi} = U_i$ $U_{pj} \equiv 0$ parciální proud od pole potenciálu U_i (obr. 2a),

i_{pji} pro $U_{pi} \equiv 0$, $U_{pj} = U_j$ parciální proud od pole potenciálu U_j (obr. 2b),

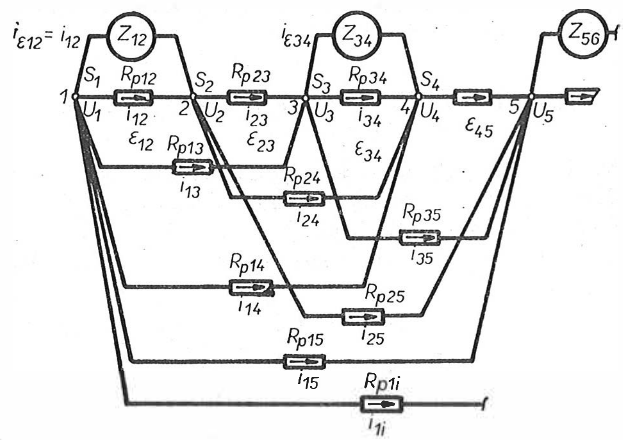
takže výsledný proud mezi konturami S_i, S_j je (obr. 2c)

$$i_{ij} = i_{pij} - i_{pji}. \quad (6)$$

Z pojetí parciálních proudů vychází pak pojetí parciálních ohmických odporů R_{pij} (viz rov. (7)), s jejichž pomocí lze spojité lineární elektrické proudové pole nahradit diskrétní sítí ohmických odporů (obr. 3). Uzly této sítě korespondují s dílčími dokonale elektricky vodivými (a tedy ekvipotenciálními) konturami, které v praktickém využití odpovídají povrchům S_i elektrod, jimiž je do pole přiváděn z napájecích



Obr. 2 Parciální (i_{pij}, i_{pji}) proudy a vzájemný proud (i_{ij}) mezi dvěma zřídly i, j s potenciály U_i, U_j, ($U_i > U_j$).



Obr. 3. Část sítě diskrétních ohmických (parciálních) odporů R_{pij} nahrazujících ohmické chování elektricky vodivého prostředí mezi elektrodami.

zdrojů elektrický proud a na nichž je stejný potenciál díky jejich dobré elektrické vodivosti. Parciální odpory jsou pak definovány vztahem

$$R_{pij} = \frac{U_{pi}}{i_{pij}} = \frac{U_{pj}}{i_{pji}} = \frac{U_i - U_j}{i_{ij}}, i \neq j. \tag{7}$$

Pomocí parciálních proudů lze vyjádřit úhrnný proud tekoucí z kontury S_i (např. elektrody nebo skupiny elektrod se stejným potenciálem U_i) do pole, a to

$$i_{Si} = \int_{S_i} (\gamma \nabla U)_{Si} \, d\mathbf{S} = \sum_{j=1}^{I} i_{pij}; \qquad i, j \in \langle 1, I \rangle, \tag{8}$$

a s pomocí parciálních odporů lze rovnicí (8) řešit v náhradní odporové síti vzájemný vztah elektromotorických napětí mezi uzly a vztahy pro interakci náhradní sítě a vnějších napájecích zdrojů proudu.

Zatímco řešení napěťových potenciálů a jejich gradientů ∇U (intenzity $\mathbf{E}$ pole) z rovnice (3) dává pole měrného objemového Jouleova tepelného výkonu, jakožto spojitého zdroje tepla v objemu V proudového pole, tj. vztah

$$q_V(\xi, t) = \gamma \,.\, \mathbf{E} \,.\, \mathbf{E} = \gamma[-\nabla U(\xi, t)]^2, \tag{9}$$

pak úhrnný Jouleův výkon v celém objemu V vodivého prostředí by bylo třeba získávat pracnou integrací podle vztahu

$$Q = \int_V q_V(\xi, t)\, \mathrm{d}V. \tag{9a}$$

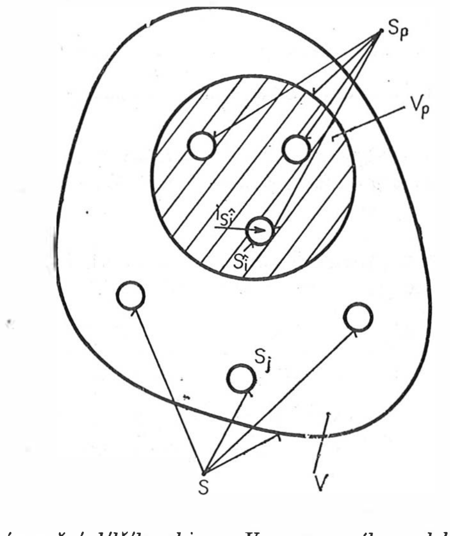
Aplikací integrálního vztahu (2) a pojmu parciálních proudů a odporů lze integraci v (9a) převést na sumaci mezi uzly sítě (podrobné odvození je dosti pracné a s ohledem na rozsah příspěvku ho neuvádíme), takže pro celý objem V vodivého prostředí je:

$$Q = \sum_{i=1}^{\mathrm{I-1}}\sum_{j=i+1}^{\mathrm{I}} (U_i - U_j)\,(i_{pij} - i_{pji}) = \sum_{i=1}^{\mathrm{I-1}}\sum_{j=i+1}^{\mathrm{I}} \frac{(U_i - U_j)^2}{R_{pij}} \quad \text{při } i < j. \tag{10a}$$

Jouleův výkon uvolňovaný v dílčím objemu $V_p \in V$ ohraničeném konturou $S_p \in S$ je naproti tomu dán vztahem (viz obr. 4)

$$Q_p = \int_{S_p} (\gamma \sum_{i=1}^{I} U_i \sum_{i=1}^{I} \nabla U_i)_{S_p} \,.\, \mathrm{d}\mathbf{S} - \sum_{\hat{i}}^{\hat{I}} U_{\hat{i}} \,.\, i_{S_{\hat{i}}}, \tag{10b}$$

kde $\hat{I} \in I$ je soubor indexů příslušný elektrodám nebo jejich skupinám, které je nutno pro dosažení nezřídlového pole vyjmout z dílčího objemu V_p a připojit k nejednoduše souvislé dílčí kontuře S_p. Vztah (10b), jak je z něj patrno, se již nemůže vyhnout integraci po kontuře S_p a sumace typu uvedeného ve vztahu (10a) je místo této



Obr. 4. Schematické znázornění dílčího objemu V_p vymezeného v elektricky vodivém prostředí.

integrace možná pouze ve speciálních případech volby kontury S_p shodné s ekvipotenciálou, pro niž $(\nabla U_i)_{Sp} \equiv 0$.

Vztahy (10a), (10b) jsou zvláště významné pro vyhodnocení výsledků měření elektrického pole. Až dosud uvedené úvahy předpokládají znalost veličin pole na jeho kontuře S, ať již jako okrajové podmínky potřebné k řešení diferenciání rovnice (3), nebo veličiny potřebné k vyčíslení integrálních nebo sumačních bilančních vztahů na kontuře S pole nebo v uzlech reprezentujících tuto konturu v náhradní odporové síti. U většiny technicky důležitých úloh však elektrické potenciály popř. napětí na elektrodách nejsou jako okrajová podmínka přímo dány, nýbrž jsou implicitně obsaženy ve vztazích interakce mezi proudovým polem a jeho napájecími zdroji. Zde hrají podstatnou roli elektrické proudy, které jsou však funkcionály dosud neznámého řešení elektrického pole (viz např. rov. (8) a definiční vztahy u obr. 2a, b, c). Elektrický proud je ale vázán s napětím a odporem jednoduchým vztahem Ohmova zákona a pravidla zachování elektrického množství (tzv. Kirchhoffův zákon o proudech) v uzlech sítě vedou k jednoduchému popisu vlastností náhradní sítě parciálních odporů pomocí systému algebraických rovnic.

Obecnější okrajové úlohy respektující interakci lineárního proudového pole a jeho vnějších napájecích zdrojů elektrického proudu lze tedy řešit pomocí zavedení náhradní sítě ohmických odporů R_{pij}, a zvláště jednoduché je numerické řešení lineárních nebo linearizovaných úloh charakterizovaných lineárními chrakteristikami „proud—napětí" u vnějších napájecích zdrojů. Tato charakteristika může být pro jednoduchý případ, kdy je zanedbán odpor popř. i další vlivy přívodů od zdroje k elektrodám, psána v tvaru

$$\varepsilon_{ij} = a_{ij} + b_{ij} i_{\varepsilon ij}, \tag{11a}$$

kde $i_{\varepsilon ij}$ je proud tekoucí vnějším napájecím zdrojem (obr. 3), i, j jsou indexy elektrod nebo jejich skupin připojených k svorkám zdroje, na nichž je elektromotorické napětí, ε_{ij}.

Pak řešení interakce lineárního proudového pole a jeho napájecích zdrojů s lineární nebo linearizovanou charakteristikou „proud—napětí" se zjednoduší na řešení soustavy algebraických rovnic

$$\boldsymbol{A} \, . \, \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\alpha}, \tag{11}$$

kde $\boldsymbol{A}$ je čtvercová matice obsahující koeficienty typu

$$\sum \frac{1}{R_{pij}} \text{ a } \frac{1}{b_{ij}} + \sum \frac{1}{R_{pk,l}}$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ — sloupcový vektor neznámých elektromotorických napětí ε_{ij}

$\boldsymbol{\alpha}$ — sloupcový vektor pravých stran $\dfrac{a_{ij}}{b_{ij}}$.

Obecný postup řešení však je dosti složitý a jeho popis by způsobil značné rozšíření zamýšleného rozsahu článku.

Pomocí vhodných postupů vycházejících z rov. (11) lze numericky řešit i některé úlohy nelineární, převedené na linearizované úlohy.

Z okamžitých hodnot pole, ať již uvnitř objemu V, nebo na jeho ohraničujíci kontuře, lze přejít k popisu střídavého pole buď časově středními nebo tzv. efektivními hodnotami. V podstatě můžeme užívat obou. Časově střední hodnoty jsou definovány obecně vztahem

$$\bar{F}(\xi, \bar{t}) = \frac{1}{t_p} \int_t^{t+t_p} |F(\xi, t)| \,.\, \mathrm{d}t \,, \tag{12a}$$

efektivní pak vztahem

$$\bar{\bar{F}}(\xi, \bar{t}) = + \frac{1}{t_p} [\int_t^{t+t_p} F^2(\xi, t)\, \mathrm{d}t]^{\frac{1}{2}} \,, \tag{12b}$$

kde t_p je celistvým násobkem doby periody střídavého proudu,

$F(\xi, t)$ je periodická funkce („rychle" proměnná s časem),

$\bar{F}(\xi, \bar{t})$ popř. $\bar{F}(\xi, t)$, $\bar{\bar{F}}(\xi, \bar{t})$ jsou funkce obvykle neperiodické, relativně vůči periodickým jsou „pomalu" proměnné s časem.

Budiž podotknuto, že pro prosté součty středních a efektivních hodnot již neplatí zákon zachování elektrického množství, avšak pro efektivní hodnoty lze někdy využít příbuznosti definičního vztahu (12b) se vztahem (10) popř. (9). Tato příbuznost se vyznačuje tím, že efektivní hodnoty odpovídají v jistém smyslu zákonu zachování energie a jejich prosté součty ho neporušují, neboť jde o skalární veličiny. Pokud by šlo o měření, efektivní hodnoty napětí a proudů ukazují přístroje elektrodynamické, časově střední odpovídají měření stejnosměrnými přístroji s usměrněním.

Ze základních aplikačních vztahů, které byly zde uvedeny, byla vytvořena soustava vztahů specializovaná pro aproximaci okamžitých veličin střídavého vícefázového pole harmonickými funkcemi s fázovými posunutími, využívající vlastnosti superpozice, modifikované pro amplitudové veličiny, uplatňující efektivní numerické postupy, např. užitím parciálních polí s normovanými okrajovými podmínkami aj. Tato soustava byla základem k numerické realizaci, jejíž výsledky v několika příkladech ukazuje následující kapitola.

Možnosti, které poskytuje rozvinutá soustava aplikačních vztahů jak pro dílčí výpočty, tak pro rozsáhlé matematické modely, pro užití v technice měření a vyhodnocení u fyzikálních modelů i realizovaných zařízení využívajících elektrické proudové pole, jsou široké. Není však cílem tohoto příspěvku všechny možnosti podrobně popsat nebo je jinak demonstrovat, protože jich v dosavadních realizacích nebylo ani zdaleka využito v plné šíři. Uvedeme proto dále alespoň příklady, jak byly některé aplikační vztahy použity k návrhům popř. ověření vlastností sklářských celoelektrických tavicích agregátů.

V numerických řešeních, jejichž výsledky jsou v následující kapitole, byly periodické veličiny nahrazeny harmonickými funkcemi. Tyto funkce poskytují poměrně jednoduché výpočtové algoritmy, nejen pro řešení okrajových úloh prvního druhu, ale i okrajových úloh složitějších, zejména úloh řešících intrakci elektrického pole s vnějšími napájecími zdroji elektrického proudu. V dále uvedených příkladech však jde pouze o okrajové úlohy prvního druhu*); okrajové úlohy složitější jsme s ohledem na rozsah příspěvku do ukázaných výsledků nezahrnuli. Z téhož důvodu neuvádíme podrobněji příklady toho, jak odvozené vztahy, vycházející z integrálního pojetí zachovacího zákona pro elektrické množství, významně přispěly k zefektivnění numerických výpočtů a měřicích metod.

NUMERICKÉ REALIZACE

Numerické řešení zde naznačených úloh není jednoduchou ani levnou záležitostí. Se stoupající složitostí a rozsahem úloh se výrazněji uplatňují tři hlavní omezující

*) na elektrodách

faktory, které jeho obtížnost přímo ovlivňují. Lze je prezentovat především nároky na možnost precizní fyzikálně-matematické formulace úlohy, výkonem a kapacitou paměti počítače a kvalifikací a zkušeností řešitelů. Přesto je numerické řešení veličin proudového elektrického pole vhodnou cestou, která ve srovnání s dřívějšími postupy má perspektivu širokého použití, minimalizuje rizika nepřesného výsledku a přináší nové kvality do poznání procesů elektrického tavení skla a jiných nemagnetických látek.

Dvojrozměrné jednofázové pole

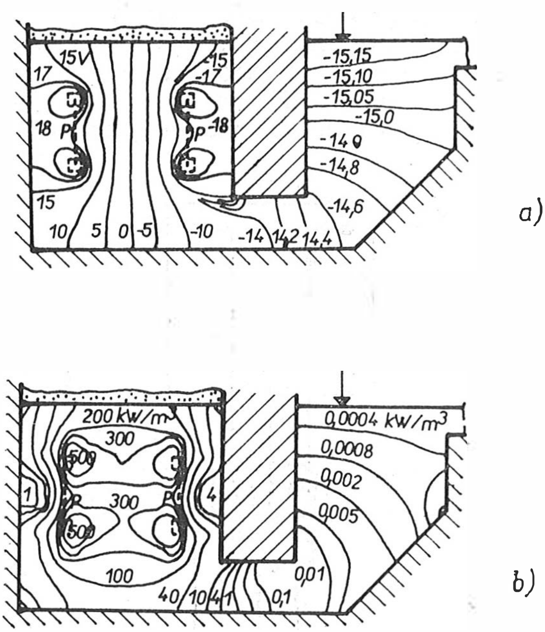
V obr. 5 jsou uvedeny výsledky řešení u dvojrozměrného modelu jednofázového střídavého proudového pole u celoelektrické pece pro tavení draselného křišťálu. Pec má dva páry horizontálních elektrod, její celkový příkon je 78 kW a tavicí výkon 1 t/24 h. V obou částech obr. 5 je podélný řez pecí, v části a) je znázorněno nalezené pole efektivních elektromotorických napětí, získané numerickým řešením rovnice lineárního proudového pole (metodou sítí)

$$\nabla(\gamma \,.\, \nabla U) = 0,$$

převedené do diferenčního tvaru na čtvercové síti s 35×17 uzlovými body, při okrajových podmínkách

$\bar{\bar{\varepsilon}}_1 = \bar{\bar{U}}_1 = +20$ V, $\bar{\bar{\varepsilon}}_2 = \bar{\bar{U}}_2 = 20$ V na elektrodách *1, 2*,

$\partial \bar{\bar{U}} / \partial n \equiv 0$ na stěnách, o nichž bylo předpokládáno, že jsou dokonalým elektrickým izolantem s $\gamma_n \equiv 0$.



Obr. 5. Vertikální řez čtyřelektrodovou sklářskou tavicí pecí 1 t/24 h; a) dvojrozměrné pole efektivních elektromotorických napětí $\bar{\bar{\varepsilon}}$, b) dvojrozměrné pole efektivních hodnot měrného objemového Jouleova výkonu q_{ef}.

V části b) obr. 5 je znázorněn výsledek řešení pole efektivních hodnot měrných objemových Jouleových výkonů q_{ef}, definovaných zde vztahem

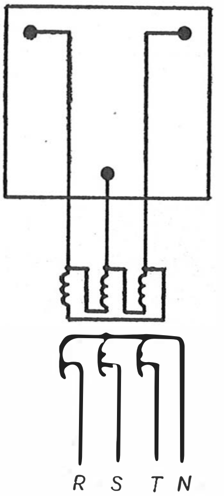
$$q_{ef} = \gamma(\nabla U)^2 = \gamma(\nabla\varepsilon)^2 = \frac{\gamma}{2}\left[\left(\frac{\partial\varepsilon_A}{\partial\xi_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon_A}{\partial\xi_2}\right)^2\right], \tag{13}$$

kde $\varepsilon_A = U_{A1} - U_{A2}$ amplitudové napětí jednofázového harmonického zdroje o síťové frekvenci.

Zajímavá je v obou případech určitá „homogenita" obou polí mezi oběma nad sebou ležícími páry elektrod, z níž vyplývá, že zde daná vertikální vzdálenost elektrod je již relativně malá a účinek párů elektrod nad sebou se blíží účinku páru deskových elektrod (v obr. 5 označeny P). Řešení elektrických polí probíhalo pouze v oblasti odpovídající roztavené sklovině, účinek tavení kmene byl v řešení respektován analytickými vztahy a jejich enumerací. Teplotní pole v roztavené sklovině k určení elektrické vodivosti bylo získáno simultánním řešením s navazujícími teplotn mi a rychlostními poli.

Trojrozměrné třífázové pole

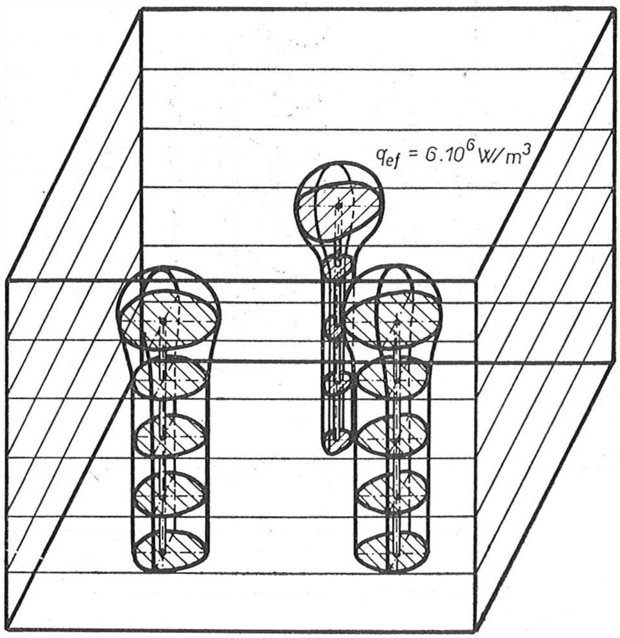
V řadě případů vyžadov ných návrhovou a konstrukční praxí již nestačí dvojrozměrný popis elektrického pole, zejména tam, kde geometrický tvar oblasti vyplněné elektricky vodivým prostředím podstatně ovlivňuje tvar pole, což se odráží např. ve „zhuštění" pole měrného Jouleova výkonu a přináší problémy s přehříváním prostředí, elektrod, stěn pece apod. K ověření výpočtového algoritmu pro trojrozměrné matematické modely sklářských tavicích agregátů a jako východisko k potvrzení nadějí vkládaných do perspektivy dalšího rozvoje teorie proudových elektrických polí bylo realizováno numerické řešení pole měrného objemového Jouleova výkonu v kubickém prostoru $0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8$ (m^3), vyplněném elektricky vodivým izotermním (1700 K) prostředím, odpovídajícím svými vlastnostmi draselnému křišťálu. Do skloviny byly ponořeny z dna prostoru tři tyčové elektrody,



Obr. 6. Schéma zapojení třielektrodové pece s kubickým prostorem 0,8 × 0,8 × 0,8 m³.

napájené třífázovým zdrojem střídavého proudu, v zapojení podle schématu v obr. 6. Aktivní délka elektrod byla 2/3 hloubky prostoru, tj. 0,8 . 2/3 = 0,53 m.

Výsledky řešení pole měrného objemového Jouleova výkonu q_{ef} v klidné nepohyblivé sklovině ukazují obr. 7, 8, 9, 10, a to pro třífázové pole při okrajových podmínkách 1. druhu a při efektivním elektromotorickém napětí $\varepsilon_{ef} = \bar{\varepsilon} = 50$ V mezi elektrodami. Elektrody byly považovány za dokonale elektricky vodivé.



Obr. 7. Trojrozměrné řešení efektivních hodnot měrného objemového Jouleova výkonu $q_{ef} = \bar{q} = 6 \cdot 10^6$ Wm^{-3} třífázového proudu

Provedené numerické řešení (metodou sítí) kromě ověření výpočtového algoritmu a možností použitého počítače přineslo řadu zajímavých poznatků. Vyjmenujeme alespoň ty, které vyplývají z obr. 7 až 10:

— v obrázcích znázorněné plochy stejného efektivního měrného objemového Jouleova výkonu q_{ef} naznačují, že největší výkon je vybavován u konců elektrod;

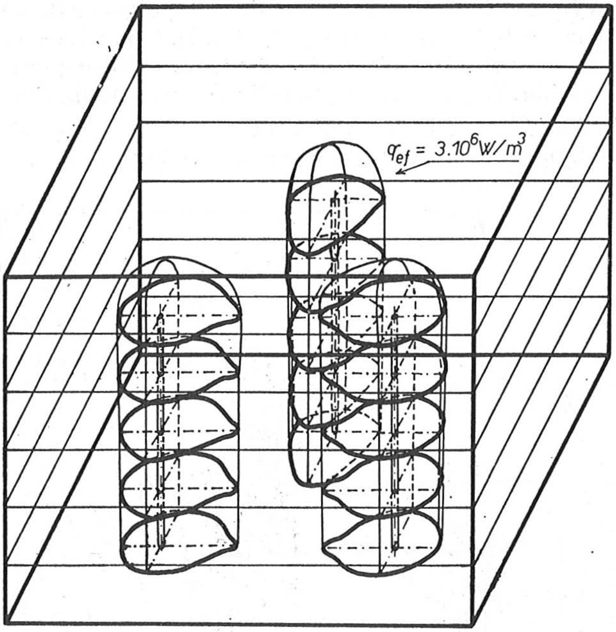
— hodnota q_{ef} rychle klesá se vzdáleností od elektrod;

— již v poměrně nevelké vertikální vzdálenosti od konců (špiček) elektrod mají plochy stálého měrného výkonu q_{ef} téměř přesně tvar válce;

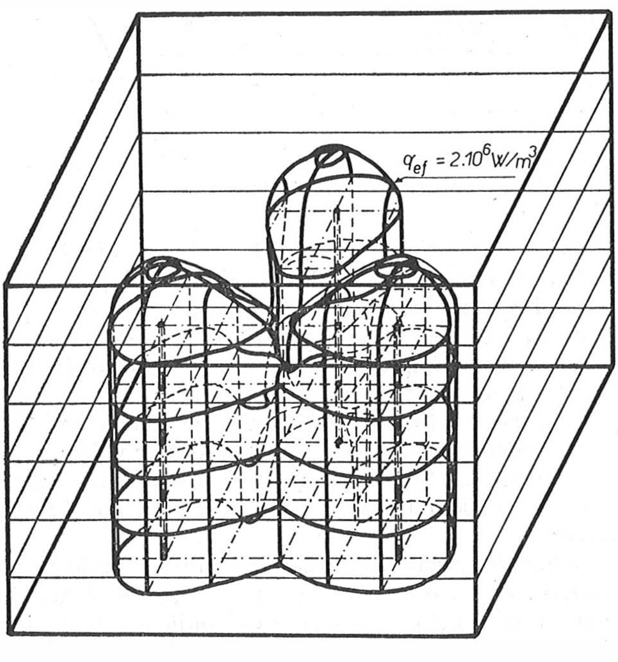
— blízkost stěny zvýrazňuje „hranu" na válcovitých plochách q_{ef} = konst; zvláště patrné je to u dvojice elektrod v popředí obr. 7 a 8 a v horní části ploch q_{ef} týchž elektrod v obr. 9;

— blízkost stěny výrazně zvyšuje intenzitu vybavování Jouleova tepla v prostoru vodivého prostředí. Je to dobře patrné v obr. 7, kde elektroda v zadní části protorového zobrazení je méně „tísněna" obklopujícími stěnami, proto se v jejím okolí uvolňuje menší množství Jouleova tepla na jednotku objemu;

— v dané konfiguraci trojúhelníku půdorysného uspořádání elektrod vůči čtvercové



Obr. 8. Trojrozměrné řešení pole z obr. 7 pro $q_{ef} = 3 \cdot 10^6\ Wm^{-3}$.



Obr. 9. Trojrozměrné řešení pole z obr. 7 pro $q_{ef} = 2 \cdot 10^6\ Wm^{-3}$.

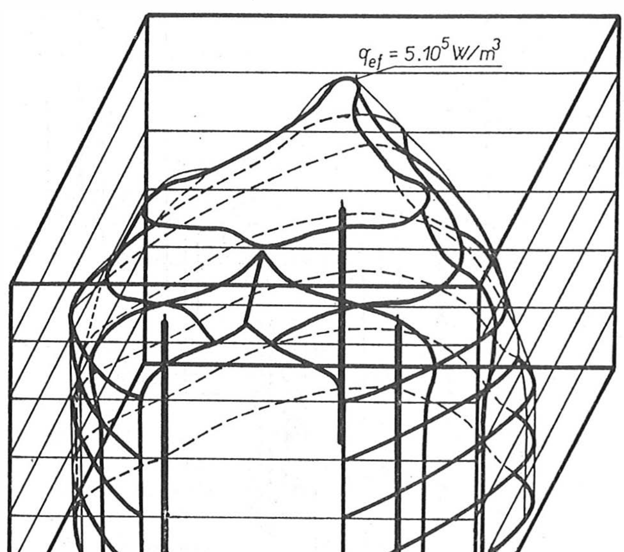
základně krychle je při konstantním součiniteli γ elektrické vodivosti rovinou symetrie ploch konstantního q_{ef} svislá rovina procházející zadní elektrodou a osou přední dvojice elektrod; to je názorně patrné zejména v obr. 10. Výpočet efektivní hodnoty q_{ef} měrného objemového Jouleova výkonu q vycházel ze vztahu odvozeného pro harmonické třífázové pole:

$$q_{ef} = \bar{q} = \frac{\gamma}{2}\left\{\left(\frac{\partial U_{AR}}{\partial \xi_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_{AR}}{\partial \xi_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_{AR}}{\partial \xi_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_{AS}}{\partial \xi_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_{AS}}{\partial \xi_2}\right)^2 + \right.$$
$$+ \left(\frac{\partial U_{AS}}{\partial \xi_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_{AT}}{\partial \xi_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_{AT}}{\partial \xi_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial U_{AT}}{\partial \xi_3}\right)^2 - \left[\frac{\partial U_{AR}}{\partial \xi_1} \cdot \frac{\partial U_{AS}}{\partial \xi_1} + \right.$$
$$+ \frac{\partial U_{AR}}{\partial \xi_2} \cdot \frac{\partial U_{AS}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial U_{AR}}{\partial \xi_3} \cdot \frac{\partial U_{AS}}{\partial \xi_3} + \frac{\partial U_{AS}}{\partial \xi_1} \cdot \frac{\partial U_{AT}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial U_{AS}}{\partial \xi_2} \cdot \frac{\partial U_{AT}}{\partial \xi_2} +$$
$$\left.\left. + \frac{\partial U_{AS}}{\partial \xi_3} \cdot \frac{\partial U_{AT}}{\partial \xi_3} + \frac{\partial U_{AR}}{\partial \xi_1} \cdot \frac{\partial U_{AT}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial U_{AR}}{\partial \xi_2} \cdot \frac{\partial U_{AT}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial U_{AR}}{\partial \xi_3} \cdot \frac{\partial U_{AT}}{\partial \xi_3}\right]\right\} \tag{14}$$

Výraz (14) byl získán z obecného vztahu (9) po rozpisu superpozičních příspěvků od jednotlivých fází a aplikací předpisu (12a). Je tedy $q_{ef} = \bar{q}$.

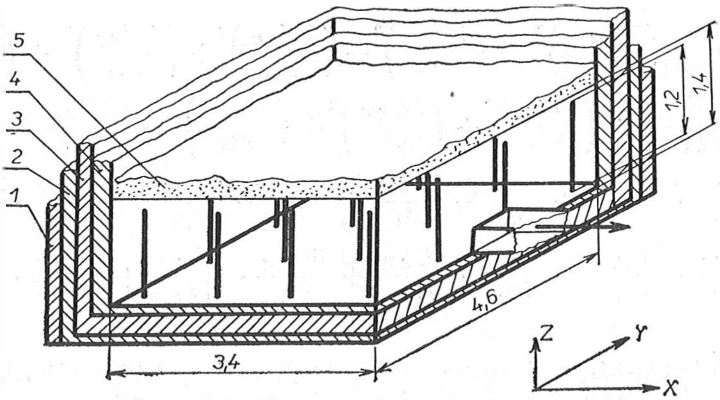
Ve výrazu (14) funkce $U_{AR}(\xi)$, $U_{AS}(\xi)$, $U_{AT}(\xi)$ značí místní amplitudové hodnoty napěťových potenciálů na elektrodách příslušejících fázím R, S, T třífázového proudu. Posunutí mezi fázemi bylo $2/3\pi$. Funkce $U_{AR}(\xi)$, $U_{AS}(\xi)$, $U_{AT}(\xi)$ byly získány jako diskrétní hodnoty dílčích polí v uzlech prostorové sítě, numerickým řešením diferenčního ekvivalentu rovnice (3), která při γ = konst má tvar Laplaceovy rovnice

$$\gamma\,\nabla^2 U = 0. \tag{15}$$

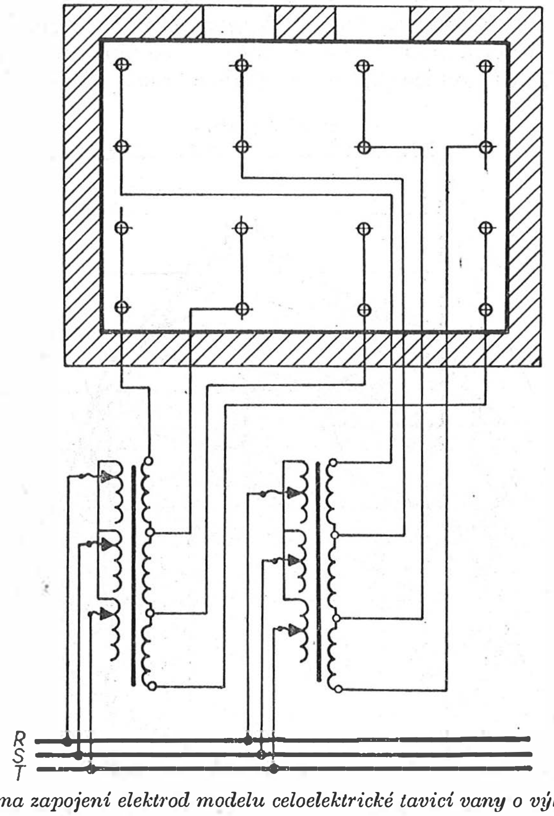


Obr. 10. Trojrozměrné řešení pole z obr. 7 pro $q_{ef} = 5 \cdot 10^5\ Wm^{-3}$.

Návrh topného systému tavicí části celoelektrické sklářské vany o výkonu 30 t/24 h pro tavení draselného křišťálu byl veden i prověřován pomocí trojrozměrných matematických modelů. Geometrické uspořádání šestnácti molybdenových



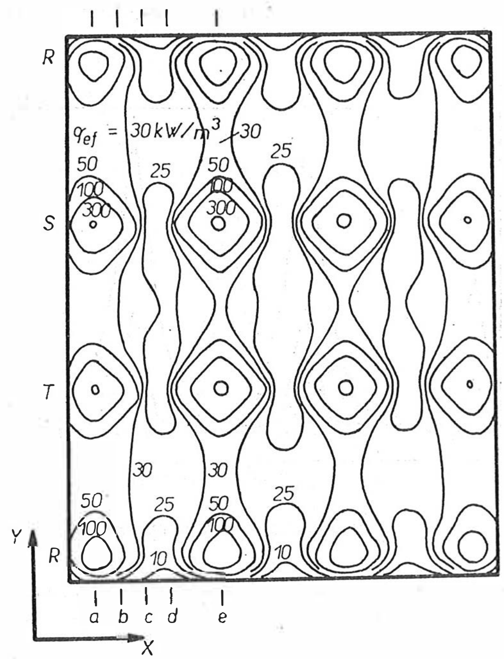
Obr. 11. Geometrické uspořádání tavicího prostoru pece o tavicím výkonu 30 t/24 h.



Obr. 12. Schéma zapojení elektrod modelu celoelektrické tavicí vany o výkonu 30 t/24 h.

vertikálních elektrod ⌀ 50 mm ze dna tavicí části a základní rozměry tavicí části je patrné z obr. 11, označením R, S, T je dána příslušnost elektrod k fázím napájecího zdroje (principy zapojení jsou patentově chráněny [17]). Schéma zapojení elektrod na dva napájecí třífázové transformátory je na obr. 12.

Numerické řešení teplotního, hydrodynamického a elektrického pole bylo provedeno metodou sítí simultánně, na 2737 prostorových krychlových elementech o délce hrany 0,2 m, na něž byl tavicí prostor pece (shora ohraničený spodní rovinou vrstvy vsázky) rozdělen. Vrcholy těchto krychlových elementů vytvořily vlastní výpočetní síť s 3456 uzlovými body.



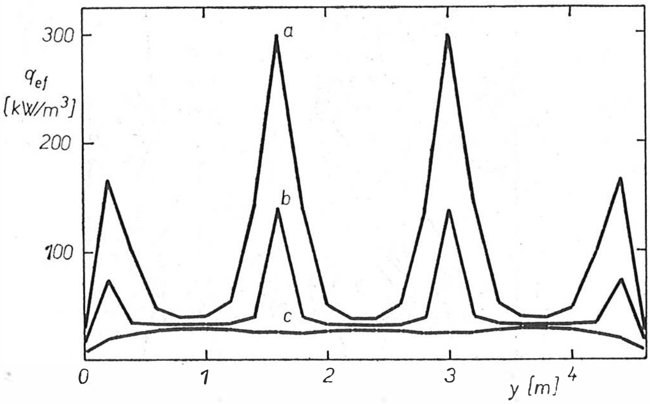
Obr 13. Rozložení efektivních hodnot měrného objemového Jouleova výkonu q_{ef} v horizontálním řezu jdoucím vrcholky elektrod.

Výsledky řešení okrajové úlohy 1. druhu pro samovolně proudící sklovinu s teplotním polem při mezifázovém efektivním elektromotorickém napětí 50 V jsou patrny z dalších obrázků.

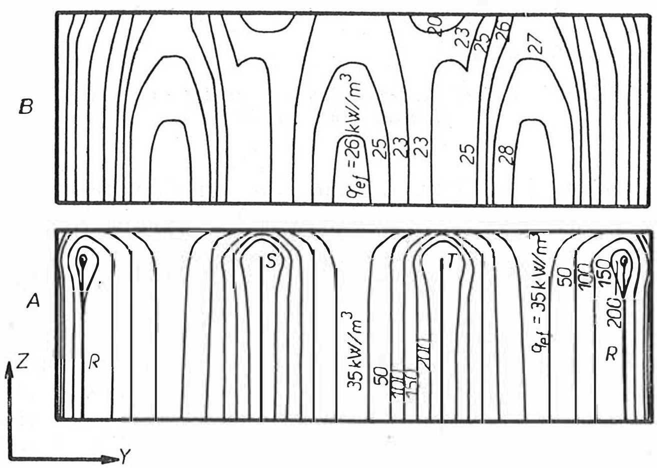
V obr. 13 je znázorněno rozložení měrného objemového Jouleova výkonu při $\gamma \neq$ konst v rovině vedené horními konci elektrod, tj. v hloubce 0,2 m pod vrstvou vsázky. V bezprostřední blízkosti elektrod se uvolňuje největší měrný objemový výkon, více u 4 elektrod uvnitř, méně u elektrod při stěnách, nejméně u elektrod v rozích základny tavicího prostoru. Rozložení q_{ef} v obr. 13 díky malým teplotním rozdílům je téměř symetrické k svislým rovinám jdoucím rovnoběžně s šířkou a délkou tavicího prostoru středem jeho základny. Z číselných výsledků vyplynulo, že symetrie k svislé rovině jdoucí osou průtoku rovnoběžně s rozměrem 3,4 m je lepší než k svislé rovině rovnoběžné s rozměrem 4,6 m.

Značné změny měrného objemového výkonu jsou patrné z obr. 14, kde je graficky znázorněn průběh q_{ef} ve vodorovném řezu 0,2 m pod vrstvou vsázky, a to v přímce *a* (obr. 13) spojující vrcholy elektrod, v přímce *b* (obr. 13) vzdálené 0,2 m od přímky *a* a v přímce *c* vzdálené 0,4 m od přímky *a* směrem k druhé řadě elektrod. Strmosti změn q_{ef} v řezech *b* a *c* silně ubývá a mezi řadami elektrod (přímka *d* v obr. 13) je prakticky zanedbatelná.

Čáry stálého měrného objemového Jouleova výkonu q_{ef} ve vertikálních rovinách znázorňuje obr. 15. Jeho část *A* ukazuje rovinný řez vedený druhou řadou elektrod (řez *e* v obr. 13), jeho část *B* znázorňuje průběh čar konstatních q_{ef} ve svislé rovině půlící vzdálenost první a druhé řady elektrod (řez *d* v obr. 13). Z obr. 15 (část *A*) je patrná dobrá rovnoměrnost zatížení podél elektrod a vzestup zatížení na jejich horních koncích; mezi elektrodami je tato rovnoměrnost horší se stoupající vzdáleností od elektrod.



***Obr. 14.** Průběh q_{ef} v horizontálním řezu jdoucím vrcholky elektrod v přímkách a, b, c podle obr. 13.*



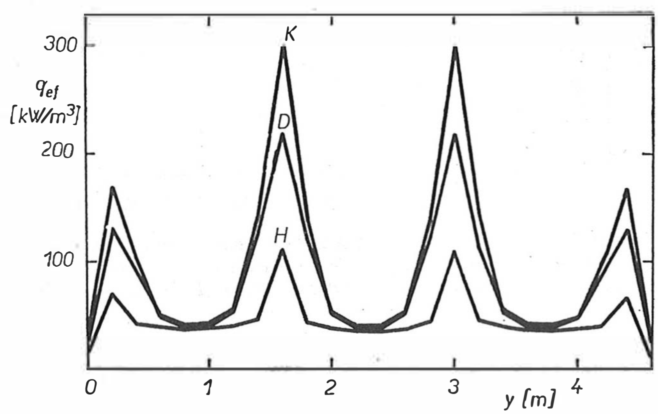
***Obr. 15.** Čáry stálého měrného výkonu q_{ef} ve svislých řezech, a to: A v řezu e) v obr. 13, B v řezu d) v obr. 13.*

Průběh měrného objemového Jouleova výkonu q_{ef} ve svislé rovině vedené krajní řadou elektrod (řez a v obr. 13) je v závislosti na hloubce znázorněn v obr. 16. Zde značí: D — dno tavicího prostoru, K — rovina horních konců elektrod (hloubka 0,2 m pod vrstvou vsázky), H — rozhraní vsázky a skloviny. Zatímco zde jsou změny měrného výkonu q_{ef} silně závislé na hloubce, pak ve svislé rovině vedené mezi krajní a vnitřní řadou elektrod (řez d v obr. 13) jsou změny q_{ef} s hloubkou již velmi mírné, jak ukazuje obr. 17. V něm označení H, K, D, stejně jako v obr. 16, značí vertikální polohu. Další přehledné porovnání vlivu konfigurace elektrod poskytuje obr. 18, v němž jsou hodnoty q_{ef} příslušné dvěma řezům a, b podle obr. 13 vynášeny v logaritmické stupnici.

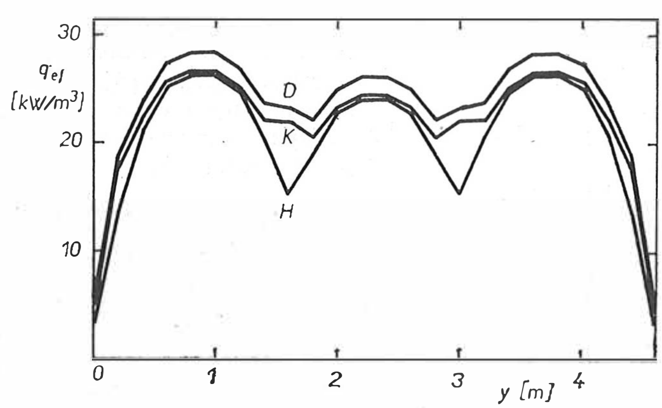
Řešení úlohy při efektivním fázovém napětí 53 V mezi fázemi přineslo dále tyto charakteristické výsledky:

— maximální proudová hustota $\boldsymbol{J}_m = 3550\ \mathrm{Am}^{-2}$;

— maximální intenzita elektrického pole $\mathbf{E}_m = 111\ \mathrm{Vm}^{-1}$, a to na horním konci čtyř vnitřních elektrod. U nich byl nalezen také největší proud $i_m = 2168$ A, který jimi protékal;

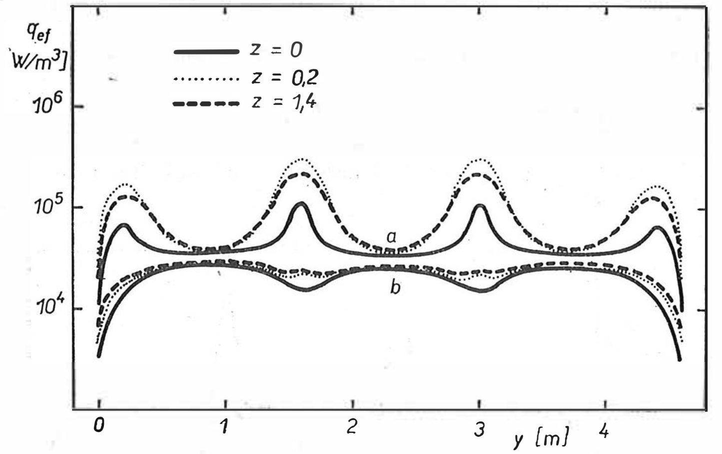


Obr. 16. Porovnání vlivu hloubky na průběh q_{ef} ve vertikálním řezu podle obr. 13; H — rozhraní vsázky a skloviny, K — vrcholky elektrod, D — dno tavicího prostoru.



Obr. 17. Porovnání vlivu hloubky na průběh q_{ef} ve vertikálním řezu d podle obr. 13; H — rozhraní vsázky a skloviny, K — vrcholky elektrod, D — dno tavicího prostoru.

— minimální proudová hustota $J_d = 113\ Am^{-2}$;
— minimální intenzita elektrického pole $E_d = 3{,}5\ Vm^{-1}$ v obou případech v rozích v rovině dna vany;
— proudová hustota $J_r = 2093\ Am^{-2}$, intenzita elektrického pole $E_r \cong 65\ Vm^{-1}$ na horním konci čtyř rohových elektrod. U těchto elektrod byl protékající proud $i_r = 908\ A$;
— celkový příkon soustavy 1353 kW.



Obr. 18. Porovnání průběhů q_{ef} ve vertikálních řezech (q_{ef} vynášeno v logaritmickém měřítku), a to: v rovině a jdoucí elektrodami, v rovině b symetrie mezi elektrodami (řezy a, b, viz obr. 13) ve třech hloubkách: z = 0,0 (hladiny skloviny), z = 0,2 m (konce elektrod), z = 1,4 m (dno vany).

ZÁVĚR

Zpracování teorie elektrického vícefázového proudového pole vytvořilo dosud postrádaný základ k odvození původních aplikačních vztahů. Hlavní z těchto vztahů jsou ve stručném přehledu uvedeny v teoretické části příspěvku. Původním přínosem této části je nalezení postupů k řešení poměrně obecných okrajových úloh pro lineární obecně mnohofázové proudové pole, vyvolané působením obecného počtu vzájemně nezávislých, vodivě vně pole nepropojených napájecích zdrojů, a značné zefektivnění numerického výpočtu. Řešení vychází z původní metody, kterou jsme nazvali „metodou parciálních proudů" a jejíž oprávněnost vyplynula z vlastnosti superpozice lineárních polí a z aplikace integrální formulace zákona zachování elektrického množství.

Výzkumná praxe si vyžádala pohotové využití prvních výsledků teorie již v době, kdy ještě probíhaly závěrečné práce na teorii složitých úloh o interakci napájecích zdrojů elektrického proudu a proudového pole. Proto také numerická realizace následovala za teorií v rychlém sledu. Též v numerické realizaci je skryta řada původních postupů, např. v simultánním numerickém řešení soustavy parciálních diferenciálních rovnic pro proudění, teplotní a elektrické proudové pole nejen v dvojrozměrných, ale zejména v trojrozměrných úlohách. Intenzita prací přinesla i zde velmi rychle své výsledky, jak jsme se snažili v kapitole o numerické realizaci demonstrovat na několika zajímavých příkladech. S ohledem na zamýšlený rozsah příspěvku neuvádíme příklady z oblasti složitých okrajových úloh a interakce nezávislých napájecích zdrojů s proudovým polem a hodláme v některém z příštích příspěvků referovat podrobněji o této problematice.

Přesto je z uvedených příkladů patrno, že precizní numerické řešení (v němž použitá metoda sítí dovoluje s podstatně větší přesností řešit geometricky složité úlohy v prostředí s teplotně závislou elektrickou vodivostí, a to nejen v dvojrozměrných, ale i trojrozměrných případech) poskytuje o elektrickém poli jak velmi podrobné, tak velmi zhuštěné informace. Provedené práce zároveň otvírají široké možnosti v dalších aplikacích, zejména v oblasti měření proudových elektrických polí jak na dílech, tak na fyzikálních modelech a analogonech. Zde odvozené vztahy vytvořily chybějící článek mezi diskrétním popisem spojitých polí a sítí náhradních odporů. Tím se zároveň stává velmi reálným zahájení výzkumných prací v oblasti hybridního modelování, soustředěných zejména do oblasti „nepřímých" úloh, potřebných při řešení řízení technologických procesů. Bylo by možné jmenovat ještě řadu dalších možností, které skýtají pro výzkum i konstrukční praxi aplikační vztahy jako výsledek ucelené teorie elektrických vícefázových proudových polí. Pro její propagaci to však není nezbytné, neboť jednak již dosavadní potřeba, jednak perspektiva rozvoje sklářských tavicích agregátů velkého výkonu zaručují její mnohostranné využití.

Použitá označení

$\mathbf{A}$	matice koeficientů soustavy lineárních algebraických rovnic
a, b	koeficienty
$\mathbf{E} = -\nabla U$	intenzita elektrického pole [$\mathrm{Vm^{-1}}$]
$\varepsilon_{ij} = U_i - U_j$	elektromotorické napětí [V]
$\boldsymbol{\varepsilon}$	sloupcový vektor ε_{ij} [V]
F	funkce
$\mathbf{J}$	proudová hustota [$\mathrm{Am^{-2}}$]
i	proud [A]
I	horní mez sčítání indexů i, j
P	horní mez sčítání indexů p
Q	Jouleův výkon pole [W, kW]
q	měrný objemový Jouleův výkon pole [$\mathrm{Wm^{-3}}$, $\mathrm{kWm^{-3}}$]
S	kontura ohraničující pole, povrch [$\mathrm{m^2}$]
t	čas [s, h]
U	elektrický potenciál [V]
V	objem [$\mathrm{m^3}$]
$x, y, z, \xi_{1,2,3}$	kartézské souřadnice [m]
$\boldsymbol{\alpha}$	sloupcový vektor pravých stran lineární soustavy
γ	součinitel elektrické vodivosti prostředí [$\mathrm{Sm^{-1}}$, $\Omega^{-1}\mathrm{m^{-1}}$]
δ	bilanční rozdíl
ξ	kartézské souřadnice [m]
∇	Hamiltonův diferenciální operátor

Indexy

A	amplitudová hodnota
i, j	index napájecích zdrojů a uzlů náhradní ohmické sítě
n	obecný sčítací index
p	parciální
S	na kontuře S
ξ	v místě ξ_1, ξ_2, ξ_3

Literatura

[1] Staněk J.: *Elektrické tavení skla*. SNTL, Praha 1976.
[2] Andrusieczko A.: Szklo i ceramika *18*, 44 (1967).
[3] Andrusieczko A.: Szklo i ceramika *20*, 38 (1969).
[4] Hilbig G.: Silikattechn. *27*, 55 (1976).
[5] Gailhbaud J.: Glast. Ber. *44*, 314, 354 (1971).
[6] Gailhbaud J.: Glast. Ber. *45*, 56 (1972).
[7] van den Braak B., Kater K., van Santen P.: *XIth Int. Congr. of Glass*, IV, s. 333, Prague 1977.
[8] Trunova T. K.: Stěklo i keramika, [5], s. 14 (1974).
[9] Vach J., Dušánek V.: Glast, Ber. *42*, 461 (1969).
[10] Curran R. L.: IEEE Transact. of Ind. Applications, Vol. IA-9, No 3, May/June 1973.
[11] Curran R. L.: Glass Industry, 14 — May 1973, 16 — June 1973.
[12] Curran R. L.: IEEE Transact. of Ind. Applications, IGA-7, 1, 1971, pp. 116—129.
[13] Němeček M.: Výzk. zpráva SVÚS, Praha, červen 1976.
[14] Němeček M.: Seminář DT Ústí n. L., říjen 1976.
[15] Štefan J.: Seminář DT Ústí n. L., říjen 1976.
[16] Andrusieczko, A.: Szklo i ceramika *27*, 121 (1976).
[17] Patent č. 1795 79 (ČSSR).

МНОГОФАЗНОЕ ПОЛЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В СТЕКЛОМАССЕ

Милослав Немечек, Ярослав Штефан*), Мирослав Скрживан*)

Общая лаборатория химии и технологии силикатов ЧСАН и ХТИ, Прага

**Государственный исследовательский институт стекла, Градец Кралове*

Выведение прикладных отношений для поля электрического тока основывается на интегральной (уравнение (1a)) и диференциальной (уравнение (1b)) формулировках закона сохранения электрического количества. Введением понятия линейного поля условием безысточности (1c) и линейности функции γ для коэффициентов электропроводности континуума описание поля упрощается (уравнение (2) и (3)). Диференциальное уравнение (3) использовали для установления внутренних точек поля, а интегральное отношение (2) для функционального выражения переменных поля на его ограничивающем контуре. Оба отношения (2) и (3) служили для анализа свойств поля, доказательства и выведения эффективных прикладных отношений в случае нумерической реализации.

Основное свойство линейных полей — возможность суперпозиции частичных полей (уравнение (4a)) — послужило тому, чтобы доказать оправданность введения новых понятий, а именно: парциальные токи i_{pij}, i_{pji}, основывающиеся на упомянутой суперпозиции (рис. 2) и парциальные сопротивления R_{pij} (уравнение (7)). Сеть парциальных сопротивлений является пригодным дискретным замещением электропроводного континуума между электродами. С помощью принципа суперпозиции можно выразить суммарные токи i_{Si} на электродах с потенциалом U_i (уравнение (8)).

В прикладной части приводятся примеры некоторых интересных решений полей электрического тока.

Рис. 1. Сложно сплошной контур S безысточникового поля (источники 1, 2, 3 находятся вне объема V проложением контура S).

Рис. 2. Парциальные токи (i_{pij}, i_{pji}) и взаимный ток (i_{ij}) между двумя источниками i, j с потенциалами U_i, U_j, ($U_i > U_j$).

Рис. 3. Часть сетки дискретных омических (парциальных) сопротивлений R_{pij}, замещающих омическое поведение электропроводной среды между электродами.

Рис. 4. Схематическое изображение частичного объема V_p, ограниченного в электропроводной среде.

Рис. 5. Вертикальное сечение стекловаренной печью с четырьмя электродами с про-

варочной способностью 1 т/сутки; а) двухразмерное поле эффективных электромоторических напряжений $\overline{\overline{\varepsilon}}$, b) двухразмерное поле эффективных величин удельной объемной мощности Джоуля q_{ef}.

Рис. 6. Схема включения электропечи с тремя электродами с кубическим пространством 0,8 — 0,8 — 0,8 $м^3$.

Рис. 7. Трехразмерное решение эффективных величин удельной объемной мощности Джоуля $q_{ef} = \bar{q} = 6 \cdot 10^6$ $Wм^{-3}$ трехфазного тока.

Рис. 8. Трехразмерное решение поля из рис. 7 для $q_{ef} = 3 \cdot 10^6$ $Wм^{-3}$.

Рис. 9. Трехразмерное решение поля из рис. 7 для $q_{ef} = 2 \cdot 10^6$ $Wм^{-3}$.

Рис. 10. Трехразмерное решение поля из рис. 7 для $q_{ef} = 5 \cdot 10^5$ $Wм^{-3}$.

Рис. 11. Геометрическое упорядочение плавительного пространства печи с проварочной способностью 30 т/сутки.

Рис. 12. Схема включения электродов модели цельноэлектрической плавительной ванны с проварочной способностью 30 т/сутки.

Рис. 13. Расположение эффективных величин удельной объемной мощности Джоуля q_{ef} в горизонтальном сечении, проходящем через вершины электродов.

Рис. 14. Ход q_{ef} в горизонтальном сечении, проходящем через вершины электродов в прямых a, b, c согласно рис. 13.

Рис. 15. Линии постоянной удельной мощности q_{ef} в связных сечениях, а именно: A в сечении e) согласно рис. 13, B в сечении d) согласно рис. 13.

Рис. 16. Сопоставление влияния глубины на ход q_{ef} в вертикальном сечении a) согласно рис. 13: H — граница раздела шихты и стекломассы, K — вершины электродов, D — под плавительного пространства.

Рис. 17. Сопоставление влияния глубины на ход q_{ef} в вертикальном сечении d — согласно рис. 13, H — граница раздела шихты и стекломассы, K — вершины электродов, D — под плавительного пространства.

Рис. 18. Сопоставление хода q_{ef} в вертикальных сечениях (q_{ef} выносили в логарифмическом масштабе), а именно: в плоскости a, проходящей через электроды, в плоскости b симметрии между электродами (сечения a, b см. рис. 13), в трех глубинах: $z = 0,0$ (уровень стекломассы), $z = 0,2$ м (концы электродов), $z = 1,4$ (под ванны).

MULTIPHASE ELECTRIC CURRENT FIELD IN GLASS MELT

Miloslav Němeček, Jaroslav Štefan*), Miroslav Skřivan*)

Joint Laboratory for the Chemistry and Technology of Silicates ČSAV and VŠCHT, Prague

**State Glass Research Institute, Hradec Králové*

Derivation of applied relationships for an electric current field is based on integral [eq. (1a)] and differential [eq. (1b)] formulations of the law of conservation of electric quantity. The description of the field can be simplified [eq. (2) and (3)] by introducing the linear field term using the no-source condition (1c) and the linearity of function γ for the electric conductivity coefficient of the continuum. The differential equation (3) is utilized for examining the internal fieldpoints, and integral relationship (2) for functional description of field variable at its boundary, and both relationships (2) and (3) serve for analyzing the properties of field, for proving and deriving effective application relations for numerical realizations.

The basic property of linear fields, i.e. the possibility of superposing the partial fields [eq. (4a)] was used for proving the viability of introducing the new terms, namely partial currents i_{ptj}, i_{pjt} based on this superposition (Fig. 2) and partial resistances (R_{ptj}) [eq. (1)]. The network of partial resistances is an advantageous discrete replacement of an electrically conductive continuum between the electrodes. The superposition principle then permitted the total currents i_{Si} on electrodes having a potential U_i to be described [eq. (8)]. Examples of some interesting solutions of electric current fields are presented.

Fig. 1. Non-simple continuous contour S of a no-source field (sources 1, 2, 3 have been removed from volume V by the shape of contour S).

Fig. 2. Partial (i_{ptj}, i_{pji}) currents and mutual current (i_{ij}) between two sources i, j with potentials U_i, U_j, ($U_i > U_j$).

Fig. 3. *A part of the network of discrete ohmic (partial) resistances R_{pij} replacing ohmic behaviour of electrically conductive medium between the electrodes.*

Fig. 4. *Schematic representation of partial volume V_p demarcated in an electrically conductive medium.*

Fig. 5. *Vertical sectional view of a four-electrode glass melting furnace of 1 t/24 h capacity; a) two-dimensional field of effective electromotive voltages, b) two-dimensional field of effective specific volume Joule output values q_{ef}.*

Fig. 6. *Wiring diagram of a three-electrode furnace with a cubic space of $0.8 \times 0.8 \times 0.8$ m.*

Fig. 7. *Three-dimensional solution of effective values of specific volume Joule output $q_{ef} = \bar{q} = 6 \times 10^6$ Wm^{-3} of three-phase current.*

Fig. 8. *Three-dimensional solution of the field in Fig. 7 for $q_{ef} = 3 \times 10^6$ Wm^{-3}.*

Fig. 9. *Three-dimensional solution of the field in Fig. 7 for $q_{ef} = 2 \times 10^6$ Wm^{-3}.*

Fig. 10. *Three-dimensional solution of the field in Fig. 7 for $q_{ef} = 5 \times 10^5$ Wm^{-3}.*

Fig. 11. *Geometrical layout of the furnace melting space having a melting output of 30 t/24 h.*

Fig. 12. *Wiring diagram of the electrodes in a model of allelectric melting tank with an output of 30 t/24 h.*

Fig. 13. *Distribution of effective values of specific volume Joule output q_{ef} over a horizontal section passing through the electrode tops.*

Fig. 14. *The course of q_{ef} in a horizontal section passing through electrode tops along straight lines a, b, c according to Fig. 13.*

Fig. 15. *Lines of constant specific output q_{ef} in vertical sections, namely: A — in section e) in Fig. 13, B — in section d) in Fig. 13.*

Fig. 16. *A comparison of the effect of depth on the course of q_{ef} in vertical section a) according to Fig. 13; H — batch-melt boundary, K — electrode tops, D — bottom of melting space.*

Fig. 17. *A comparison of the effect of depth on the course of q_{ef} in vertical section d) according to Fig. 13; H — batch-melt boundary, K — electrode tops, D — bottom of melting space.*

Fig. 18. *A comparison of the courses of q_{ef} in vertical sections (q_{ef} plotted in logarithmic scale), namely: in plane a) passing through the electrodes, in plane of symmetry b) between the electrodes (sections a, b, Fig. 13), in three depths: $z = 0.0$ (melt level), $z = 0.2$ m (electrode ends), $z = 1.4$ m (tank bottom).*