

## VZTAH DVOJROZMĚRNÝCH A TROJROZMĚRNÝCH TRÍFÁZOVÝCH ELEKTRICKÝCH PROUDOVÝCH POLÍ

STANISLAV KASA, STANISLAV ZRNO

*Katedra technologie silikátů, Vysoká škola chemicko-technologická, Suchbátarova 5, 166 28 Praha 6*

Došlo 16. 4. 1984

*Modelování elektrického tavení skla na vodivém papíře je jednoduché a dostatečně přesné, zejména při určování elektrických hodnot pece. Nepostihuje však její hydrodynamiku, která může být simulována jen trojrozměrným fyzikálním kapalinovým modelem. Byly proto určeny základní vztahy mezi dvoj- a trojrozměrným modelem, aby výhody modelování na vodivém papíře mohly být využity pro optimalizaci návrhu elektrické sklářské tavicí pece, nebo jejího provozu.*

### ÚVOD

Z publikace [1] a z dalších článků v odborných časopisech vyplývá, že i v budoucnosti budou pracovat elektrické tavicí pece vanového typu s tyčovými elektrodami. Dosavadní snaha o zvýšení výkonu dodávaného do pece pomocí elektrod vede k použití třífázového odbočkového transformátoru jako napájecího zdroje, jehož sekundární vinutí je možno zapojit do „otevřeného“ trojúhelníka. Toto zapojení dovoluje generovat v peci elektrický výkon při malém proudovém zatížení elektrod a vysokém napětí na elektrodách. Pro tato zapojení je výhodné získat na základě měření určitá pravidla, která vycházejí z teorie elektrického proudového pole.

Elektrické proudové pole vzniká v elektricky vodivém prostředí přívodem elektrického proudu z vnějšího zdroje a je zprostředkováno elektrodami. Protože jde o napájení z několika zdrojů, jejichž elektromotorická napětí jsou vůči sobě fázově posunuta, hovoříme potom o vícefázových proudových polích.

Dosavadní popis elektrického proudového pole mezi elektrodami ve sklovině pomocí rovnice (1)

$$\nabla(\gamma \nabla U) = 0 \quad (1)$$

lze označit za analytický [2, 3, 4], neboť jde o bodový popis pole, vzniklý analytickým řešením rovnice (1), za účelem poznání jeho vlastností. Řešení tohoto analytického modelu poskytuje mnoho cenných informací, avšak celá řada těchto informací je pro praxi nepotřebná nebo nezvládnutelná.

Druhým přístupem k řešení elektrických proudových polí, zvláště pak vícefázových, je řešení syntetického modelu [5]. Syntetickým nazýváme model proto, že vlastnosti pole jsou vyjádřeny hodnotami na jeho ohraničujících konturách; u sklářské pece konkrétně na elektrodách resp. na napájecích zdrojích. Na základě algoritmů řešení syntetického modelu je možno získat další informace, vhodně doplňující řešení analytického modelu, které jsou velmi užitečné pro návrh popř. provozní praxi.

Výzkum v oblasti syntetického modelu byl dosud prováděn pouze na dvojrozměrném modelu, reprezentovaném tzv. analogonem s odporovou fólií. Pro praxi je však důležité vhodně převést výsledky z dvojrozměrného modelu na model trojrozměrný. Tento příspěvek si klade za cíl seznámit čtenáře s tímto postupem a s prvními výsledky.

## MODELOVÁNÍ S POUŽITÍM VODIVÝCH FÓLIÍ

Rovinná elektrická pole vyhovující rovnici (1) je možno s výhodou vyšetřovat pomocí elektricky vodivých fólií. Přesnost naměřených hodnot závisí na odporu elektrických přívodů, na přechodových odporech mezi základním vodičem a elektrodami a na velikosti napětí, které můžeme vložit na elektrody. Z těchto důvodů je používán takový elektrický vodič, jehož vodivost je asi o čtyři řády nižší než vodivost připojených elektrod. Takovým vhodným vodičem je elektricky vodivý papír.

Modely na vodivém papíře představují oproti např. teplému kapalinovému modelu větší zjednodušení v důsledku zanedbání některých jevů probíhajících ve vodivém prostředí (např. konvekce), k nimž dochází i na díle (peci) a které vodivý papír není schopen napodobit. Nevýhodou tohoto typu modelů je, že provádíme simulaci trojrozměrného procesu dvojrozměrným modelem. Tyto nevýhody mohou nejsou na závadu, a naopak výhody, které modelování na vodivých fóliích přináší, je plně vyvažují. K nim patří především snadnost, malá pracnost a nenáročnost výroby modelů. Další výhodou je i vysoká přesnost měření elektrických veličin.

## Vlastnosti vodivých papírů

Charakteristickou vlastností elektricky vodivých papírů je jejich čtvercový odpor  $R_{\square}$ , definovaný jako odpor čtvercového vzorku papíru tloušťky  $h_p$  o libovolné délce strany  $a$ . Zavádíme jej místo měrného elektrického odporu prostředí  $\rho_{el}$  proto, že neznáme přesně tloušťku vodivé vrstvy  $h_p$ .

$$R_{\square} = \rho_{el} \frac{a}{ah_p} = \rho_{el} \frac{1}{h_p}. \quad (2)$$

Čtvercový odpor vodivého papíru měříme obvykle na obdélníkovém proužku papíru délky  $l$  a šířky  $b$ . Na kratší stranu připojíme elektrody, a je-li napětí na elektrodách  $V$  a  $i$  je procházející proud, potom pro  $R_{\square}$  platí

$$R_{\square} = \frac{Vb}{il}. \quad (3)$$

K vlastnostem vodivých papírů ještě náleží nehomogenita elektrické vodivosti [6], a to nehomogenita místní (je uprostřed pásu papíru menší než na okrajích) a nehomogenita související s výrobou vodivého papíru (elektrická vodivost je menší ve směru  $\perp$  ke směru válcování než ve směru  $\parallel$  se směrem válcování).

Neméně důležitou vlastností vodivých papírů je jejich citlivost na tepelné ozáření. Tato změna vlastnosti souvisí se změnou vlhkosti vodivého papíru a s teplotní závislostí odporu uhlíku, ze kterého je převážně složena vodivá vrstva [6].

## Metodika zhotovení modelů z vodivého papíru

Model se skládá z vodivého prostředí (vodivý papír), v němž se vytvoří elektrické pole, a z okrajových článků, které slouží k realizaci okrajových podmínek.

Splnění okrajové podmínky 1. druhu (Dirichletova) se dosáhne např. nakreslením kroužku z vodivého stříbrného laku o požadovaném průměru, na nějž se vloží napětí ze zdroje. Splnění okrajové podmínky 2. druhu (Neumannova) v případě modelování sklářské tavicí pece se dosáhne pouhým vystřížením požadovaného tvaru z elektricky vodivého papíru, ve většině případů odpovídajícího půdorysnému průmětu pece v určitém měřítku.

Splnění okrajových podmínek vyššího druhu je popsáno v [6].

### Modelové vztahy

Podobnost trojměrného vodivého prostředí (modelová kapalina, sklovina) s dvojměrným (vodivý papír) je podmíněna tím, že v trojměrném prostředí existuje oblast, kde je možno elektrické pole popsat dvojměrně rovnicí (1). Pro odvození podobnostních vztahů se však nevychází z (1), ale je nutno užít integrální formulace zákona elektrického množství (4)

$$-i = \int_{S_{III}} \gamma_{III} \nabla U_{III} dS_{III} = \delta_{III} \int_{L_{III}} \gamma_{III} \nabla U_{III} dL_{III} = \delta_{II} \int_{L_{II}} \gamma_{II} \nabla U_{II} dL_{II}. \quad (4)$$

Délce elektrod  $\delta_{III}$  v trojměrném modelu odpovídá tloušťka  $\delta_{II}$  vodivé vrstvy dvojměrného modelu (obr. 1). Avšak průměr elektrod  $d_{III}$  v trojměrném modelu a průměr  $d_{II}$  terčíků ze stříbrného laku u dvojměrného modelu má jiné měřítko

$$\kappa_d = \frac{\delta_{II}}{\delta_{III}} \neq \kappa_d = \frac{d_{II}}{d_{III}} = \frac{\xi_{II}}{\xi_{III}}. \quad (5)$$

Je-li čtvercový odpor papíru podle (2)

$$R_{\square II} = \frac{1}{\delta_{II} \gamma_{II}}, \quad (6)$$

potom na základě (4) můžeme zavést podobnostní poměry

$$\kappa_i = \frac{i_{II}}{i_{III}}; \quad \kappa_U = \frac{U_{II}}{U_{III}}; \quad \kappa_R = \frac{R_{II}}{R_{III}} = \frac{R_{\square II}}{R_{\square III}}. \quad (7)$$

Podle (4) je možno také napsat

$$\kappa_i = \kappa_i \kappa_U \kappa_U = \frac{\kappa_U}{R_{\square II} \gamma_{III} \delta_{III}} = \kappa_U \frac{R_{\square III}}{R_{\square II}}, \quad (8)$$

kde

$$R_{\square III} = \frac{1}{\delta_{III} \gamma_{III}}. \quad (9)$$

Ze vztahů (4) až (9) je patrné, že podobnost dvojměrného a trojměrného modelu je určována měřítkem  $\kappa_d$ , takže pole vyvolané konci elektrod ve dvojměrném modelu zachyceno není. Vztahy pro výpočet podílu konců elektrod při přepočtu veličin z dvojměrného modelu na trojměrný byly odvozeny na základě experimentálních prací a jsou dále uvedeny. Dosud se podíl konců elektrod zanedbával nebo byl (většinou) odhadován.

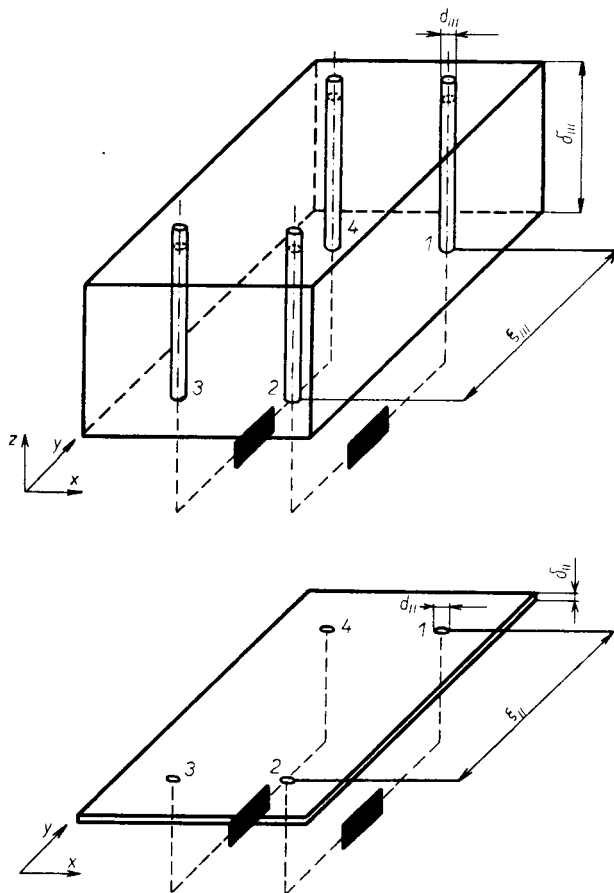
### Měřicí aparatura

Všechna měření na dvojměrném modelu byla provedena na modelu z vodivého papíru vystřiženém v daném měřítku ve tvaru půdorysu pece. Detailní popis modelu je v [7]. Elektrody byly modelovány kroužky nakreslenými na vodivý papír Ag-lakem o požadovaném průměru.

Měření na trojměrném modelu byla provedena na kapalinovém modelu v měřítku 1 : 16,7. Trojměrný model byl zhotoven obvyklou technologií z organického skla.

K propojení modelů a zdrojů byl zkonstruován speciální přepínač, který dovozoval připojovat jednak jednotlivé elektrody k požadovaným svorkám třífázového

zdroje a jednak měřicí ústřednu MT-143 k měřenému systému. Pomocí ní byly měřeny a snímány všechny požadované veličiny (napětí, proudy, odpory atd.) tisknuty ve formě protokolů a hlavně děrovány na děrnou pásku, která dále sloužila jako vstup na číslicovém počítači, jímž byly všechny naměřené údaje zpracovávány.



Obr. 1. Vztah troj- a dvojrozměrného elektrického pole.

### Měření na trojrozměrném modelu

K měření odporů mezi elektrodami na trojrozměrném modelu nemohl být použit převodník odporu na napětí ( $R/U$ ) z důvodů přítomnosti parazitních kapacit v měřeném systému. Proto byly odpory mezi elektrodami počítány z poměru napětí a proudů. K měření proudů byl použit číslicový multimetr TR-1657 a k měření napětí číslicový voltmetr MT-100 ve spojení s převodníkem střídavého napětí NC 20/010.

Vzhledem k potížím, které se vyskytly při měření odporů mezi elektrodami na trojrozměrném modelu, byla prováděna kontrola naměřených odporů za použití

simulační úlohy [8], která z naměřených napětí a parciálních odporů\*) získaných identifikační úlohou [9] počítá proudy tekoucí jednotlivými vinutími třífázového zdroje. Pokud odchylka proudů vypočtených pomocí simulační úlohy a proudů naměřených nepřesáhla 5 %, bylo měření odporů považováno za dostatečně přesné pro další zpracování.

Základním předpokladem srovnání dvojrozměrného a trojrozměrného elektrického proudového pole je požadavek „linearity“ obou polí. „Linearita“ pole zde není shodná s „linearitou“ pole používanou při řešení matematických modelů tavicích procesů, definovanou tak, že měrná elektrická vodivost  $\gamma$  prostředí je pouze funkcí polohy a času,  $\gamma = \gamma(x, y, z, t)$ . U trojrozměrného modelu je „linearita“ splněna pouze tehdy, má-li prostor uzavírající elektricky vodivé prostředí ve všech výškách shodný půdorysný průřez a prochází-li vertikální elektrody celou výškou tohoto prostoru. U sklářských pecí (a odpovídajících trojrozměrných modelů) tento požadavek splněn není, neboť výška hladiny je vždy větší než délka vertikálních elektrod.

Proto byl zjišťován vliv výšky hladiny nad vrcholem elektrod na hodnotu odporu mezi elektrodami. Pro tento účel byla provedena série měření odporů mezi elektrodami, při nichž se měnila výška hladiny nad konci elektrod od jedné čtvrtiny délky elektrod až do dvojnásobku délky elektrod. Současně byla na trojrozměrném modelu provedena série měření odporů, kdy celková výška hladiny byla menší než délka elektrod za účelem ověření předpokladu „linearity“ trojrozměrného pole. Ke stanovení závislosti odporu na výšce hladiny bylo zavedeno několik bezrozměrných veličin

$$l_{III}^* = \frac{l}{d_e}; \quad \kappa^* = \frac{\kappa}{\kappa_1}; \quad h^* = \frac{h}{h_1}. \quad (10a, b, c)$$

#### Měření na dvojrozměrném modelu

Měření na dvojrozměrném modelu proběhla bez potíží. Přesnost měřených odporů byla také kontrolována simulační úlohou a rozdíl mezi naměřeným a vypočteným proudem byl vždy menší než 1 %.

U dvojrozměrného modelu byl vliv výšky hladiny na hodnotu odporu mezi elektrodami nahrazen vlivem průměru terčíku modelující elektrody na odpory mezi nimi. Tato závislost byla měřena při průměrech terčíků 3; 4; 5; 6; 9; 12; 15,5; 19,2 mm, přičemž  $d_t = d_{t1} = 3$  mm odpovídá modelovému měřítku průměru elektrody na trojrozměrném modelu. Ke stanovení závislosti odporů na průměru terčíku byly opět použity bezrozměrné veličiny

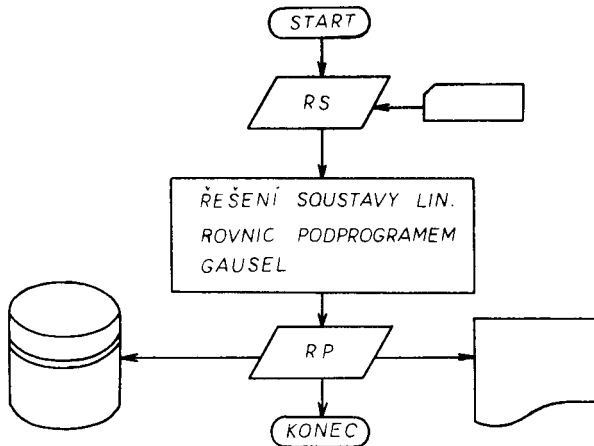
$$l_{II}^* = \frac{l}{d_{t1}}; \quad d^* = \frac{d_t}{d_{t1}}. \quad (11a, b)$$

#### ZPRACOVÁNÍ NAMĚŘENÝCH HODNOT

Z naměřených hodnot odporů mezi elektrodami byly počítány jednak parciální odpory (vodivosti) a jednak úhrnné odpory (vodivosti). K výpočtu parciálních odporů resp. vodivostí byl sestaven podprogram „RPARC“, který je součástí

\*) Parciální odpor  $R_{pitj}$  je ohmický odpor veškeré vodivé látky „mezi“ elektrodou  $i$  a  $j$  nebo skupinami elektrod  $i$  a  $j$ , ke kterým jsou připojeny dva různé elektrické potenciály  $U_i$  a  $U_j$ .

identifikační úlohy [9] a jehož vývojový diagram je na obr. 2. K výpočtu úhrnných odporů resp. vodivostí byl sestaven podprogram „RCELK“, který vychází z I. a II. Kirchhoffova zákona o proudech v uzlech (elektrodách) a napětí v okruzích. Ve vnitřní struktuře podprogramu je ještě obsažen podprogram „GAUSEL“, který řeší vzniklou soustavu lineárních rovnic Gaussovou eliminační metodou.



RS - SOUSTAVA NAMĚŘENÝCH ODPORŮ MEZI ELEKTRODAMI  
PŘI „SPECIÁLNÍCH“ ZAPOJENÍCH [7]

RP - SOUSTAVA VYPOČTENÝCH PARCIÁLNÍCH ODPORŮ

Obr. 2. Vývojový diagram podprogramu „RPARC“.

Úhrnné odpory vypočtené tímto podprogramem se lišily od naměřených maximálně o 1 %. Schéma výpočtu podprogramem „RCELK“ ve formě vývojového diagramu je na obr. 3.

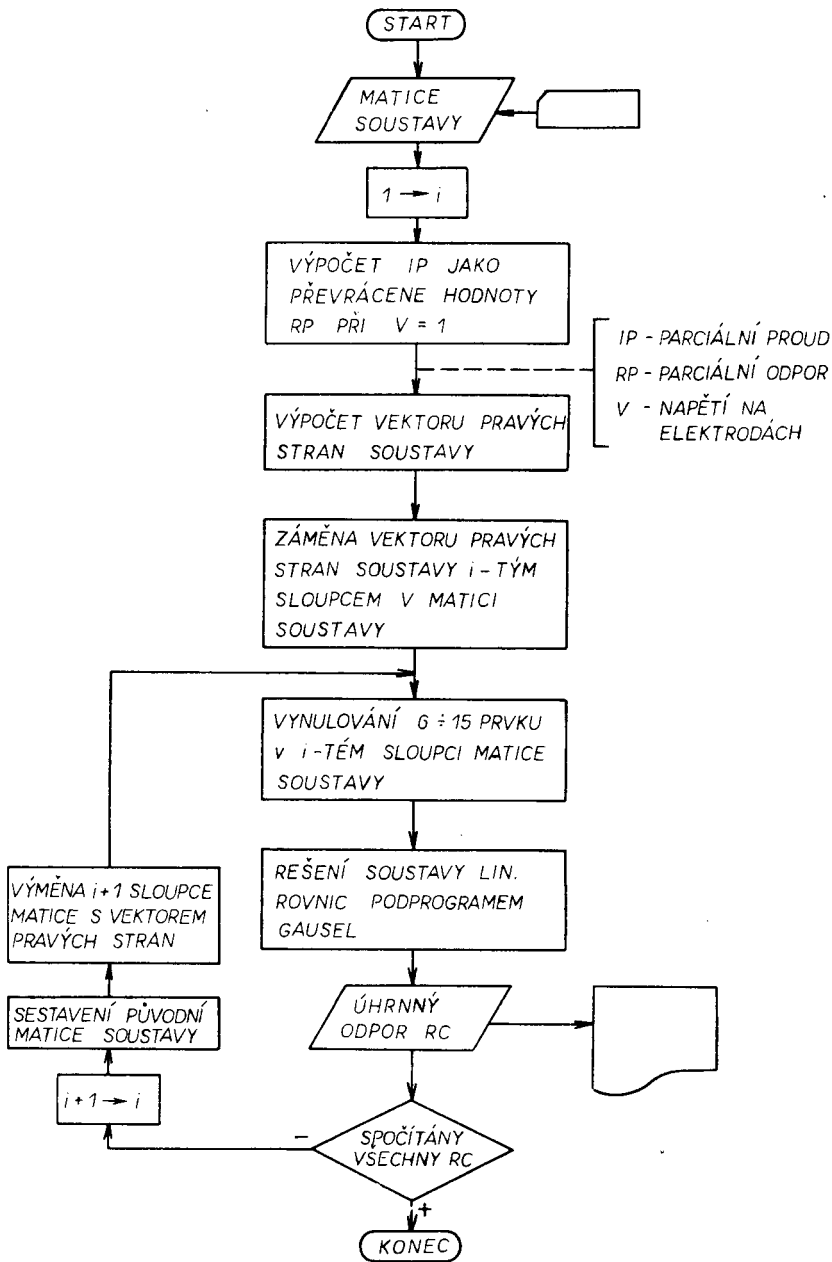
Vypočtené úhrnné odpory trojrozměrného modelu byly zpracovány graficky jako závislosti bezrozměrné úhrnné vodivosti na bezrozměrné vzdálenosti elektrod a na bezrozměrné hloubce a jsou na obr. 4.

Na trojrozměrném modelu bylo možno provádět i měření, kdy  $h^* < 1$ . Závislost bezrozměrné úhrnné vodivosti na bezrozměrné vzdálenosti elektrod a na bezrozměrné hloubce při  $h^* < 1$  je na obr. 5.

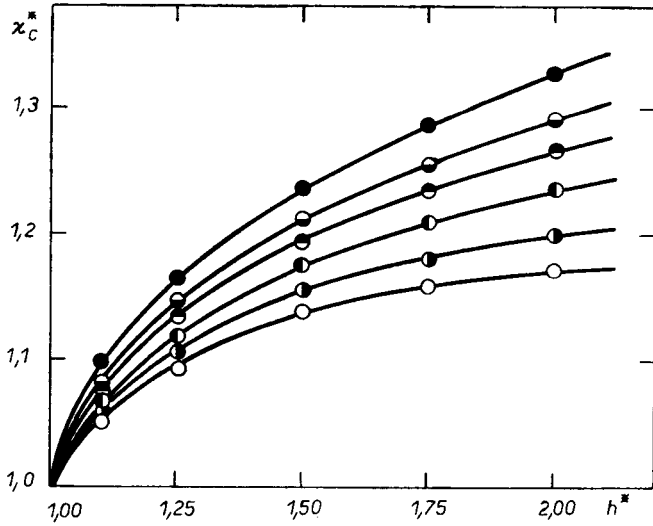
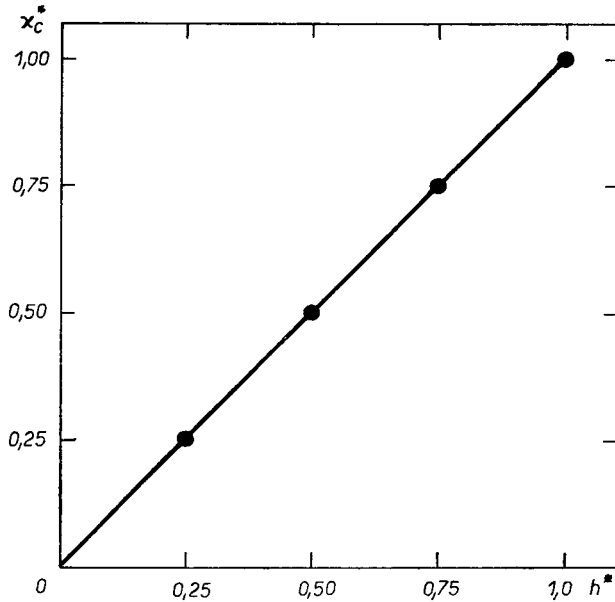
Vypočtené hodnoty úhrnných odporů resp. vodivostí dvojrozměrného modelu byly zpracovány také graficky jako závislosti bezrozměrné úhrnné vodivosti na bezrozměrné vzdálenosti terčičků (elektrod) a bezrozměrném průměru terčičků. Tyto závislosti jsou zobrazeny na obr. 6.

Na obr. 4, 5 a 6 jsou jednotlivé bezrozměrné vzdálenosti elektrod označeny následujícím způsobem

označení	○	●	◐	◑	◒	◓
$l_{II}^*$ nebo $l_{III}^*$	18	26,67	40	48	54,33	64



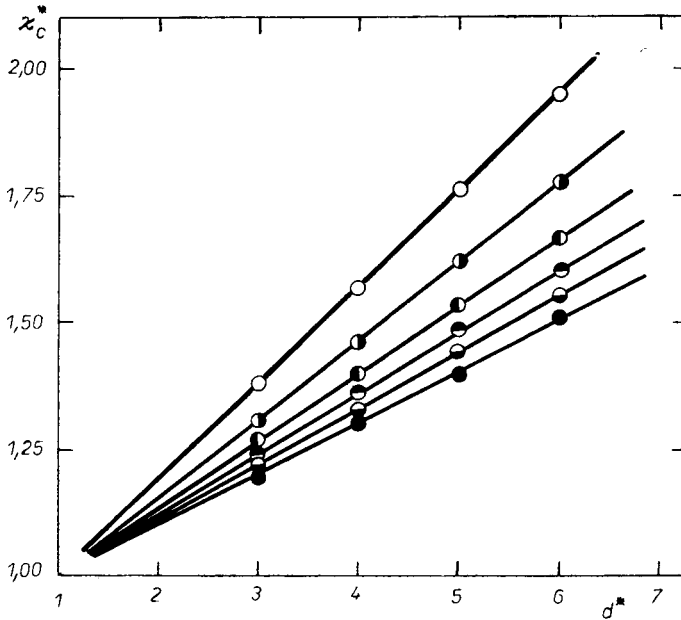
Obr. 3. Vývojový diagram podprogramu „RCELK“.

Obr. 4. Závislost  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(h^*, l^*)$  pro  $h^* > 1$ .Obr. 5. Závislost  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(h^*, l^*)$  pro  $h^* \leq 1$ .

## DISKUSE

V případě trojrozměrného modelu byl vliv konců elektrod na odpor mezi nimi interpretovaný jako závislost bezrozměrné vodivosti na bezrozměrné hloubce nejjednodušší pro  $h^* < 1$ . Tato závislost je přímková a odpovídá jednoduchému vztahu.





Obr. 6. Závislost  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(d^*, l_{III}^*)$ .

$$\kappa^* = h^*. \quad (12)$$

Tento vztah jenom ověřuje předpoklad „linearity“ trojrozměrného elektrického pole. Pro  $h^* > 1$  je případ poněkud složitější.

Pro  $h^* > 1$  je závislost  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(h^*, l_{III}^*)$  znázorněna pro různé  $l_{III}^*$  na obr. 4. Tato závislost byla popsána exponenciálním vztahem

$$\kappa_c^* = A(h^* - 1)^B + 1, \quad (13)$$

kde konstanty  $A$  a  $B$  jsou závislé na  $l_{III}^*$  podle vztahů

$$A = Cl_{III}^{*D}, \quad (14)$$

$$B = El_{III}^{*F}. \quad (15)$$

Protože v rovnicích (13), (14) a (15) byly použity pouze bezrozměrné veličiny, jsou konstanty  $C$ ,  $D$ ,  $E$  a  $F$  použitelné pro všechny podobné soustavy. Pro jejich platnost musí být splněna pouze podmínka izotermnosti celé soustavy. Konstanty byly vyčísleny metodami regresní analýzy a jejich hodnoty jsou

$$C = 0,03704, \quad D = 0,52658,$$

$$E = 0,14623, \quad F = 0,33708.$$

U dvojrozměrného modelu je vyjádření funkční závislosti  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(d^*, l_{II}^*)$  jednodušší a je popsáno vztahy

$$\kappa_c^* = G(d^* - 1) + 1, \quad (16)$$

kde

$$G = \frac{1}{(HI_{II}^* + J)}. \quad (17)$$

Konstanty  $H$  a  $J$  byly opět vyčísleny a jejich hodnoty jsou

$$H = 0,08888, \quad J = 3,60114.$$

Jak vyplývá z uvedených vztahů, je srovnání trojrozměrného a dvojrozměrného elektrického pole jednoduché pouze za podmínek

$$h^* < 1, \quad (18)$$

$$d^* = 1. \quad (19)$$

V tom případě platí pro vodivost a odpory

$$\frac{\kappa_{\square II}}{\kappa_{\square III}} = \frac{\kappa_{\square II}}{\gamma_{III} \cdot h_{III}} = \frac{R_{\square III}}{R_{\square II}} = \frac{\rho_{e1 III}}{R_{\square II} \cdot h_{III}}. \quad (20)$$

Pokud nejsou splněny podmínky (18) a (19), je srovnání dvoj- a trojrozměrného pole podstatně složitější a při modelování je možno postupovat dvěma způsoby. Nazvěme tyto způsoby „čistý“ fyzikální model, ve kterém odpovídají měřené veličiny podobnostním vztahům, a „hybridní“ matematicko-fyzikální model, kdy podobnostní vztahy platí jen omezeně.

U „čistého“ fyzikálního modelu vycházíme z možnosti dosažení podobnosti mezi zvýšením hladiny u trojrozměrného modelu a zmenšením průměru terčíku u modelu dvojrozměrného. Tato podobnost, i když jen v omezené míře, je dána možností porovnat závislosti bezrozměrné úhrnné vodivosti (obr. 4 a 6). Z omezení vyplývá to, že hloubka  $h$  by musela být jen o málo větší než  $h_1$  a průměr terčíku  $d$  odpovídající  $h$  by musel být jen o málo menší než  $d_1$ . Výhodou tohoto typu modelu je nenáročný zpracování naměřených hodnot a možnost přímého výpočtu simulační úlohou. Nevýhodou je nutnost používat modely o větším měřítku z důvodů realizace zmenšených průměrů terčíků u dvojrozměrného modelu.

Druhý způsob postupu při modelování, nazývaný jako „hybridní“ matematicko-fyzikální model, je postup oproti prvnímu podstatně složitější. Skládá se z celé řady výpočtů (identifikační a simulační úlohy) jak na dvojrozměrném, tak i trojrozměrném modelu, jejichž popis však přesahuje rámec tohoto článku.

#### ZÁVĚR

V současné době si již nedovedeme představit, aby součástí prací týkajících se návrhu nového nebo rekonstruovaného sklářského tavicího agregátu nebylo jeho modelování, a to převážně na fyzikálním modelu vhodně doplněném modelem matematickým. Tyto oba typy modelů, mají-li poskytovat přesné výsledky, jsou velmi pracné a z časového hlediska i zdoluhavé. Chceme-li urychlit získání hodnot potřebných pro návrh sklářské tavicí pece, je výhodné použít modelu na vodivém papíru. I když je zřejmé, že dvojrozměrný model na vodivém papíru nemůže mít v komplexu takovou vypovídací schopnost jako trojrozměrný model fyzikální, může však o některých parametrech, potřebných k návrhu pece, vypovídat s požadovanou přesností. Jde hlavně o parametry týkající se elektroenergetické stránky návrhu tavicí pece. Protože pomocí trojrozměrného modelu je možno některé z těchto parametrů rovněž s dostatečnou přesností získat, byl učiněn pokus o porovnání troj- a dvojrozměrného modelu. Byly tak získány zatím velice jednoduché vztahy popisující vazby mezi dvoj- a trojrozměrným modelem. Má-li

dvojrozměrný model poskytovat ještě více informací využitelných při optimalizaci sklářských tavicích pecí, bude nutné jednoduché vztahy mezi dvoj- a trojrozměrným modelem dále propracovat. K tomu bude třeba, aby:

- byla co nejrychleji dokončena identifikační úloha pro různě zadané vstupní veličiny,
- měření na dvojrozměrném i trojrozměrném modelu byla prováděna s co největší přesností, vzhledem k důležitosti a velikosti měřených střídavých elektrických veličin.

I přes tyto dosud nevyřešené problémy zůstává modelování na vodivém papíře velice názornou, rychlou a jednoduchou pomůckou pro získání potřebných údajů použitelných při návrhu nebo inovaci sklářských tavicích pecí.

### Seznam symbolů

- $\gamma$  — měrná elektrická vodivost [ $S \cdot m^{-1}$ ]
- $U$  — elektrický potenciál [V]
- $S$  — plocha [ $m^2$ ]
- $L$  — křivka, úsek křivky [m]
- $i$  — elektrický proud [A]
- $\delta$  — tloušťka vodivé vrstvy papíru, délka elektrod [m]
- $R$  — elektrický odpor [ $\Omega$ ]
- $\kappa$  — elektrická vodivost [S], koeficient podobnosti [1]
- $d$  — průměr [m]
- $h$  — hloubka, tloušťka [m]
- $b$  — šířka papíru [m]
- $\rho_{e1}$  — měrný elektrický odpor [ $S^{-1} \cdot m$ ]
- $V$  — napětí na elektrodách [V]

### Indexy

- p — vztaženo k vodivému papíru
- — čtvercový
- III — trojrozměrný
- II — dvojrozměrný
- l — vztahující se k délce elektrody
- \* — bezrozměrný
- e — elektroda
- t — terčík
- t1 — terčík odpovídající modelovému měřítku

### Literatura

- [1] Staněk J.: *Elektrické tavení skla*, SNTL, Praha 1976.
- [2] Skřivan M., Štefan J.: Sborník semináře „Sledování proudění“, DT Ústí nad Labem 1976, s. 71.
- [3] Štefan J., Skřivan M.: *Proceedings of XIth. Int. Congr. of Glass*, Prague 1977, part IV, p. 43.
- [4] Van der Braak B., Kater K., Van Santen P.: *Proceedings of XIth. Int. Congr. of Glass*, Prague 1977, part IV, p. 333.
- [5] Němeček M.: *Acta technica ČSAV* 24, 691 (1979).
- [6] Blažek J.: Kandidátská disertační práce, VŠCHT Praha 1979.
- [7] Vrátná S.: Diplomová práce, KTS VŠCHT Praha 1982.
- [8] Kasa S., Němeček M.: Sborník VŠCHT Praha 1983, řada L 10, s. 133.
- [9] Kasa S., Zrno S.: Řešení identifikační úlohy (připraveno pro tisk).

ОТНОШЕНИЕ ДВУХ- И ТРЕХРАЗМЕРНЫХ  
ТРЕХФАЗНЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

Станислав Каса, Станислав Зрно

*кафедра технологии силикатов Химико-технологического института,  
166 28 Прага*

При проектировании стекловаренных плавильных печей и особенно электрических или печей с электрическим подогревом с успехом используют физическое и математическое моделирование. В последнее время для получения важных дополнительных данных для оптимизации проектирования печей применяют даже синтетическое моделирование на проводимой бумаге, которое оказывается несложным, так как моделирование проводится с помощью двухразмерной модели. Оно имеет ряд преимуществ и можно его с успехом использовать для дополнения трехразмерных моделей. Проводили первые эксперименты и были получены отношения между двух- и трехразмерной моделью. Сопоставление проводили с помощью безразмерных величин (электропроводность, глубина, длина электродов, диаметр мишени) и установили, что в случае, когда безразмерная глубина  $h^* \leq 1$  и безразмерный диаметр  $d^* = 1$ , сопоставление оказывается простым и действительны отношения пересчета (20). В случае невыполнения условий (18) и (19) сопоставление является более сложным и в таком случае предлагаются два способа, называемые „чистой“ физической моделью и „гибридной“ математико-физической моделью. В заключение приводятся приемы, которые приходится реализовать, чтобы с помощью двухразмерной модели можно было получать еще более точные данные, которые можно использовать при проектировании или инновации стекловаренных печей.

*Рис. 1. Отношение трех- и двухразмерного электрического поля.**Рис. 2. Опытная диаграмма подпрограммы „RPARC“.**Рис. 3. Опытная диаграмма подпрограммы „RCELK“.**Рис. 4. Зависимость  $d_c^* = \kappa_c^*(h^*, l_{II}^*)$  для  $h^* > 1$ .**Рис. 5. Зависимость  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(h^*, l^*)$  для  $h^* \leq 1$ .**Рис. 6. Зависимость  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(d^*, l_{II}^*)$ .*THE RELATIONSHIP OF TWO- AND THREE-DIMENSIONAL  
THREE-PHASE ELECTRIC CURRENT FIELDS

Stanislav Kasa, Stanislav Zrno

*Department of the Technology of Silicates, Institute of Chemical Technology,  
166 28 Prague*

Physical and mathematical modelling is advantageously used in the design of glassmelting furnaces, particularly those with all-electric heating or with electric boosting. More recently, synthetic modelling on conductive paper is employed to obtain important supplementary optimizing data; the method is simple, being based on a two-dimensional model. In spite of this, it has a number of advantages and capable of suitably supplementing the three-dimensional models. The first experiments were made and the relationships between the two- and the three-dimensional model obtained. The comparison was carried out by means of dimensionless quantities (electrical conductivity, depth, electrode length, target diameter); it was found that if the dimensionless depth  $h^* < 1$  and the dimensionless diameter  $d^* = 1$ , the comparison is simple and the conversion relationships (20) hold true. The comparison is more complex when the conditions (18) and (19) are not met, and in that instance, two procedures were suggested, namely the "pure" physical model and the "hybrid" mathematico-physical model. The procedures suggested for further working out in the conclusion are considered necessary for the two-dimensional model to provide still more precise data applicable in the design or innovation of glassmelting furnaces.

*Fig. 1. The relationship between the three-dimensional and the two-dimensional electrical field.**Fig. 2. Flowchart of the RPARC subroutine.**Fig. 3. Flowchart of the RCELK subroutine.**Fig. 4. The relationship  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(h^*, l_{II}^*)$  for  $h^* > 1$ .**Fig. 5. The relationship  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(h^*, l^*)$  for  $h^* \leq 1$ .**Fig. 6. The relationship  $\kappa_c^* = \kappa_c^*(d^*, l_{II}^*)$ .*