

# URČENÍ PODMÍNEK PRO MODELOVÁNÍ SKLÁŘSKÝCH PECÍ NA FYZIKÁLNÍM MODELU

STANISLAV KASA, JAROSLAV STANĚK

Katedra technologie silikátů  
Vysoká škola chemicko-technologická, Suchdátarova 5, 166 28 Praha 6

Došlo 17. 1. 1986

Při modelování sklářských pecí na fyzikálním modelu je nutné, aby procesy probíhající v obou zařízeních byly popsány formálně i obsahově stejnými rovnicemi a aby byla také shodná určující kritéria, zde  $Pr$ ,  $Ra$  a  $Po$ . Příspěvek ukazuje na nutnost vycházet při podobnostních úvahách ze správného tvaru rovnice pohybu, což vede ke správnému tvaru Grashofova kritéria, označovaného jako modifikované Grashofovo kritérium.

Protože prioritní podmínkou nastavení modelu je znalost měřítka teplot, je ukázán výpočet tohoto měřítka. Na základě porovnání elektrických vlastností modelové kapaliny a skloviny bylo určeno, že pro výpočet měřítka teplot je vhodný postup vycházející z rovnosti kritéria  $Ra$ . V závěru jsou provedeny doplňující výpočty měřitek potenciálů, proudu, příkonu, času, rychlosti a odběru.

## UVOD

Modelování sklářských tavicích pecí je součástí většiny prací spojených s projektováním nových pecí nebo konstrukčních změn pecí již provozovaných. Postupuje se obvykle tak, že se proměří několik navrhovaných variant nových projektů nebo konstrukčních změn, ty se vzájemně porovnají a z nich se vybere ta nejvhodnější. Čím má být model dokonalejší, tj. čím má lépe napodobovat skutečnou pec, tím pracnější je nastavení podmínek modelování.

První se teorií konstrukce modelů sklářských pecí zabýval Buckingham [1]. Výsledky jeho práce jsou však skeptické, neboť podle nich je nemožné reprodukovat funkce sklářské pece na modelu. Tento názor byl však záhy opraven celou řadou autorů [2] až [9], kteří pracovali s modely sklářských pecí, vykazujících dobrý souhlas, byť některé v omezeném rozsahu, s provozem reálných pecí. Michaels [4], Cooper [5] Guarga [9] a Hrma [10] provedli i důkladnou teoretickou analýzu a odvození rovnic popisujících hydrodynamické a termodynamické jevy v peci při tavení skla.

Základní fyzikální předpoklady, z nichž modelování vychází, jsou:

- a) bilanční principy (jsou to vztahy vyjadřující bilance hmotnosti, hybnosti, energie a elektrického náboje)
- b) konstitutivní rovnice (jsou to matematicky vyjádřené mechanické, tepelné, chemické, elektrické a optické vlastnosti materiálu, např. skloviny).

Dosadíme-li konstitutivní rovnice do bilančních vztahů, dostaneme základní rovnice polí, v nichž jsou realizovány procesy. Zatímco bilanční principy jsou pro všechny oblasti stejné, konstitutivní rovnice jsou v jednotlivých oblastech různé, neboť se v nich vyskytují jiné materiály, nebo se tam uplatňují jiné typy procesů. Proto dostaneme pro různé oblasti i různé systémy základních rovnic polí.

Hrma [11] rozděluje sklářskou pec na tři základní části, a to

- a) oblast tvořenou vsázkou a sklovinou,

- b) oblast pecní atmosféry,
- c) žárovzorné těleso pece.

Tavicí proces probíhá v první z těchto oblastí, kterou je možno rozdělit na dalších pět podoblastí:

- i) ohřívání a tavení vsázky,
- ii) rozpouštění písku a čeření,
- iii) homogenizace a sejítí,
- iv) reakce se stěnou (koruze),
- v) reakce s atmosférou (těkání).

Fyzikální modely sklářských pecí, tak jak jsou dosud konstruovány a provozovány, vyšetrují procesy probíhající v podoblasti třetí, tj. homogenizace a sejítí. Hlavními procesy zde jsou pohyb skloviny, přenos tepla a elektrického proudu. Tyto procesy jsou realizovány ve fyzikálních polích, kterými jsou rychlostní pole, teplotní pole a elektrické pole. Pole uvnitř skloviny jsou, po zanedbání existence bublin, neprotavených zrn písku a jiných nehomogenit (sklovino tudiž považujeme za jednosložkovou látku) popsána:

- a) rovnicí kontinuity
- b) rovnicí pohybu
- c) rovnicí energie

- a v případě použití elektrického proudu k tavení i  
d) rovnicí elektrického pole

**ad a) rovnice kontinuity**

Bývá nejčastěji uváděna ve tvaru

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0; \quad (1)$$

**ad b) rovnice pohybu**

Za předpokladu platnosti (1) můžeme rovnici pohybu napsat ve tvaru

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p - [\nabla \tau] + \rho \mathbf{g}; \quad (2)$$

**ad c) rovnice energie**

Uvažujeme-li případ nestacionárního sdílení tepla všemi mechanismy a dále přítomnost elektrického zdroje tepla, můžeme rovnici energie, připustíme-li některá zjednodušení (viz [12]), napsat ve tvaru

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = -\nabla (\lambda_{ef} \nabla T) + \kappa E^2. \quad (3)$$

**ad d) rovnice elektrického pole**

$$\nabla (\kappa \nabla \Phi) = 0. \quad (4)$$

Pro potřeby modelování je nutné rovnice (1) až (4) převést na bezrozměrný tvar pomocí transformací (viz [12]). Rovnice (1) až (4) v bezrozměrném tvaru obsahují tři bezrozměrné argumenty, a to Prandtlovo číslo ( $Pr$ ), Rayleighovo číslo ( $Ra$ ) a výkonové číslo ( $Po$ ).

Na tomto místě je nutné připomenout, že při převádění rovnice (2) na bezrozměrný tvar musí být uvažováno, že sklovina je nestlačitelná, teplotně dilatující tekutina, kdy  $\varrho = \varrho(T)$  a nikoli  $\varrho = \varrho(P, T)$ . Protože neexistuje obecná rovnice vyjadřující  $\varrho = \varrho(T)$  pro všechny tekutiny, vyjadřuje se tato závislost součinitelem objemové roztažnosti  $\beta$ , s předpokladem, že  $\beta$  je konstantní, což platí ve většině praktických aplikací. Při  $\beta = \text{konst.}$  lze napsat

$$\beta = \frac{\varrho_R - \varrho}{\varrho_R(T - T_R)} \quad (5)$$

a potom

$$\varrho = \varrho_R(1 - \beta(T - T_R)). \quad (6)$$

Dosadíme-li (6) do rovnice (2), dostaneme

$$\varrho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p - [\nabla \tau] + \varrho_R[(1 - \beta(T - T_R)) \mathbf{g}]. \quad (7)$$

Uvažujeme-li, že hnací silou při volné konvekci je vztlak a že pro nestlačitelnou, teplotně roztažnou tekutinu (sklovina i modelová kapalina), je splněno

$$\beta(T - T_R) \ll 1, \quad (8)$$

je možné po úpravě rovnici (7) napsat ve tvaru

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{\nabla p'}{\varrho_R} - [\nabla \tau] - \beta \mathbf{g}(T - T_R). \quad (9)$$

Franěk a Němeček [13] dokázali, že jednak v rovnici (9), při splnění (8), nezávisí součet  $-\nabla p' \varrho_R^{-1} - \beta \mathbf{g}(T - T_R)$  na  $T_R$  a jednak, že rovnice (9) platí i pro kombinované proudění vzniklé superpozicí volné a nucené konvekce nestlačitelné, dilatující tekutiny. Tato závažná zjištění vedou k tomu že při převodu rovnice pohybu na bezrozměrný tvar, dosud odvozovaný a užívaný člen

$$\frac{\beta g L^3 (T - T_R)}{\nu^2},$$

připomínající Grashofovo kritérium, nemá smysl.

Se stejným problémem se setkal Štefan [14, 15], který zjistil, že samostatný člen v rovnici pohybu, vyjadřující samovolnou konvekci, psaný ve tvaru  $\beta \mathbf{g}(T - T_R)$  a vedoucí ke Grashofovu kritériu, je nadbytečný, neboť jeho přítomnost byla příčinou numerických nestabilit řešení úloh samovolné konvekce,

Tato zjištění mají za následek, že pro podobnost samovolného proudění (a podle [13] i kombinovaného) je třeba splnit rovnost tzv. modifikovaného Grashofova kritéria, které má tvar

$$Gr_T = \frac{\beta g L^3 T}{\nu^2}. \quad (10)$$

Tím ztrácí smysl také dříve užívané Gay-Lussacovo kritérium

$$Gy = \beta \Delta T \quad (11)$$

a je nesprávné pomocí (11) zavádět závislost na volbě referenční teploty rozdílem  $\Delta T$ . Smysl má pouze součin

$$Gy_T = \beta T \quad (12)$$

označovaný jako modifikované Gay-Lussacovo kritérium, jež je součástí  $Gr_T$ .

$$Gr_T = GaGy_T. \quad (13)$$

Toto vše vede k nové interpretaci Grashofova kritéria pro případy volné i nucené konvekce v prostoru tavicího bazénu pece:

- o intenzitě a obrazu konvekce rozhoduje pole modifikovaného Grashofova kritéria  $Gr_T$
- podobnost  $Gr_T$  je vázána na látkové funkce  $\beta$  a  $\nu$  a podobnostní funkci pro teplotní pole

Důsledkem toho je, že dosud užívané Grashofovo kritérium, obsahující rozdíl teplot, je nutno chápat jako rozdíl dvou modifikovaných kritérií, reprezentující integrál gradientu teploty mezi dvěma teplotními hladinami.

Ke stejným závěrům došel i Curlet [16], který ve svém příspěvku, k nastavení podmínek podobnosti na fyzikálním modelu sklářské pece, vychází z Rayleighova kritéria ve tvaru

$$Ra = \frac{g\beta L^3 T_R}{\alpha \nu}. \quad (14)$$

Protože

$$Ra = Pr Gr \quad (15)$$

a

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad (16)$$

platí, že

$$Gr = \frac{g\beta L^3 T_R}{\nu^2}, \quad (17)$$

což je shodný tvar s tvarem modifikovaného Grashofova kritéria (10).

### VLASTNOSTI SKLOVINY A MODELOVÉ KAPALINY

Na fyzikálním modelu má být modelována pec, ve které se tavi hnědá ambrová sklovina, jejíž vlastnosti byly proměny a jsou uvedeny v tabulce I. Pro napodobení skloviny byla připravena modelová kapalina na bázi glycerinu s přídavky LiCl a MgCl<sub>2</sub>. Vlastnosti připravené modelové kapaliny jsou v tabulce II.

U skloviny a modelové kapaliny předpokládáme v celém teplotním intervalu konstantní měrné teplo  $c_{pE}$  a  $c_{pM}$  ( $c_{pE} = 1\ 400\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$  a  $c_{pM} = 2\ 500\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ) a koeficient objemové roztažnosti  $\beta_E$  a  $\beta_M$  ( $\beta_E = 0,67 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$  a  $\beta_M = 4,43 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$ ). Teplotní závislosti vlastností skloviny i modelové kapaliny byly zpracovány matematicky a platí pro ně následující rovnice

— sklovina

$$\varrho_E = 2\ 557,41 - 0,155T_E, \quad (18)$$

*Určení podmínek pro modelování sklářských pecí na fyzikálním modelu*

$$\log \nu_E = -8,211 + 10\,513,9 T_E^{-1}, \quad (19)$$

$$\lambda_E = 0,372\,7 \exp(2,49 \cdot 10^{-3} T_E), \quad (20)$$

— modelová kapalina

$$\varrho_M = 1\,477,9 - 0,569\,9 T_M, \quad (21)$$

$$\log \nu_M = -11,669 + 2\,683,5 T_M^{-1} \quad (22)$$

$$\lambda_M = 0,3115[1 + 1 \cdot 10^{-4}(T_M - 323)]. \quad (23)$$

*Tabulka I*

Vlastnosti hnědé ambrové skloviny

$T_E$ [K]	$\varrho_E$ [kg · m <sup>-3</sup> ]	$\gamma_E$ [m <sup>2</sup> · s <sup>-1</sup> ]	$\lambda_E$ [W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> ]	$a_E$ [m <sup>2</sup> · s <sup>-1</sup> ]
1 423	2 340	0,150	12,90	$3,94 \cdot 10^{-6}$
1 473	2 327	0,084	14,61	$4,48 \cdot 10^{-6}$
1 523	2 320	0,049	16,65	$5,10 \cdot 10^{-6}$
1 573	2 313	0,029	18,75	$5,79 \cdot 10^{-6}$
1 623	2 305	0,018	21,23	$6,58 \cdot 10^{-6}$
1 673	2 298	0,012	24,05	$7,48 \cdot 10^{-6}$
1 723	2 292	0,008	27,24	$8,49 \cdot 10^{-6}$
1 773	2 285	0,005	30,85	$9,64 \cdot 10^{-6}$

*Tabulka II*

Vlastnosti modelové kapaliny

$T_M$ [K]	$\varrho_M$ [kg · m <sup>-3</sup> ]	$\gamma_M$ [m <sup>2</sup> · s <sup>-1</sup> ]	$\lambda_M$ [W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> ]	$a_M$ [m <sup>2</sup> · s <sup>-1</sup> ]
293	1 311	$3,08 \cdot 10^{-3}$	0,310 5	$9,47 \cdot 10^{-8}$
303	1 305	$1,501 \cdot 10^{-3}$	0,310 8	$9,53 \cdot 10^{-8}$
313	1 299	$0,802 \cdot 10^{-3}$	0,311 2	$9,58 \cdot 10^{-8}$
323	1 294	$0,435 \cdot 10^{-3}$	0,311 5	$9,63 \cdot 10^{-8}$
333	1 288	$0,243 \cdot 10^{-3}$	0,311 8	$9,68 \cdot 10^{-8}$
343	1 282	$0,139 \cdot 10^{-3}$	0,312 1	$9,74 \cdot 10^{-8}$
353	1 277	$0,085 \cdot 10^{-3}$	0,312 5	$9,79 \cdot 10^{-8}$
363	1 272	$0,053 \cdot 10^{-3}$	0,312 8	$9,84 \cdot 10^{-8}$

### URČENÍ PODMÍNEK PODOBNOSTI MEZI MODELEM A DÍLEM

Aby model a dílo byly pro naše účely podobné, je nutná rovnost tří kritérií odvozených z rovnic (1) až (4) převedením do bezrozměrného tvaru, tj. musí platit

$$Pr_M = Pr_E, \quad (24)$$

$$Ra_M = Ra_E, \quad (25)$$

$$Po_M = Po_E. \quad (26)$$

Prioritní pro nastavení podmínek na modelu je požadavek znalosti měřítka teplot (v některé literatuře také označované jako škála teplot).

## Postup A

V tomto případě je možno vyjít z (24), tak jak to učinil Guarga [9]. Všechny potřebné údaje jsou uvedeny v tabulce III. Vyneseeme-li hodnoty log  $Pr_M$  a log  $Pr_E$  proti teplotám do grafu (obr. 1), můžeme z něho odečíst měřítko teplot, tj. odpovídající si teploty na modelu a díle, které jsou uvedeny v tabulce IV. K posouzení vhodnosti škál teplot pro model a dílo byla použita podmínka podobnosti elektrických vlastností modelové kapaliny a skloviny. Pro

Tabulka III

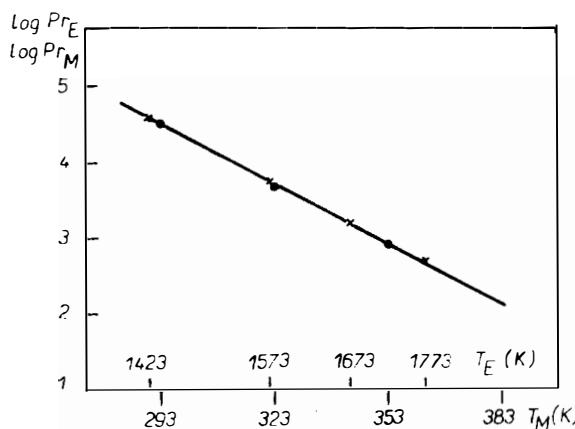
Porovnání Prandtlova čísla pro model a dílo

$T_M$ [K]	$Pr_M$	log $Pr_M$	$T_E$ [K]	$Pr_E$	log $Pr_E$
293	32 500	4,512	1 423	38 093	4,581
303	15 700	4,196	1 473	18 730	4,273
313	8 400	3,924	1,523	9 616	3,983
323	4 500	3,653	1 573	5 008	3,700
333	2 500	3,398	1 623	2 736	3,437
343	1 400	3,146	1 673	1 605	3,205
353	800	2,903	1 723	942	2,974
363	500	2,699	1 773	518	2,714

Tabulka IV

Teploty na modelu a díle

$T_E$ [K]	1 423	1 473	1 523	1 573	1 623	1 673	1 723	1 773
$T_M$ [K]	290,5	301,0	311,5	322,0	332,5	343,0	353,5	364,0

Obr. 1. Závislosti  $\log Pr_M = f(T_M)$  a  $\log Pr_E = f(T_E)$  určující měřítko teplot.

teplotní závislost měrného elektrického odporu modelové kapaliny a skloviny platí vztahy:

$$\log \varrho_{elM} = -7,613 + 2,818,1T^{-1}, \quad (27)$$

$$\log \varrho_{elE} = -3,407 + 3,296,7T^{-1}. \quad (28)$$

Pro odpovídající si teploty na modelu a díle byly vypočteny z (27) a (28) hodnoty  $\varrho_{elM}$  a  $\varrho_{elE}$ , které jsou uvedeny v tabulce V. Dosadíme-li hodnoty  $\varrho_{el}$  z tabulky V do podmínky podobnosti elektrických vlastností modelové kapaliny a skloviny (29)

$$\left[ \frac{\varrho_{elT\min}}{\varrho_{elT\max}} \right]_E \sim \left[ \frac{\varrho_{elT\min}}{\varrho_{elT\max}} \right]_M, \quad (29)$$

a zvolíme-li na díle teplotní interval 1 623 až 1 773 K, což podle tabulky IV odpovídá na modelu intervalu teplot 332,5 až 364 K, potom podle (29) platí

$$\left[ \frac{0,0415}{0,0290} \right]_E \sim \left[ \frac{7,22}{1,34} \right]_M, \quad (30)$$

$$1 \sim 3,6, \quad (31)$$

*Tabuľka V*

Měrný elektrický odpor na modelu a díle

$T_M$ [K]	$\varrho_{elM}$ [ $\Omega \cdot m$ ]	$T_E$ [K]	$\varrho_{elE}$ [ $\Omega \cdot m$ ]
290,5	121,00	1 423	0,081
301,0	55,6	1 473	0,067
311,5	26,9	1 523	0,056
322,0	13,6	1 573	0,048
332,5	7,22	1 623	0,042
343,0	3,98	1 673	0,036
353,5	2,27	1 723	0,032
364,0	1,34	1 773	0,028

Z (31) plyne, že strmost charakteristiky „ $\varrho_{el} - T$ “ modelové kapaliny je 3,6krát větší než strmost charakteristiky „ $\varrho_{el} - T$ “ skloviny. To je podle [17] příliš velký rozdíl, který vede k obavě, že není již dodržena potřebná podobnost elektrických vlastností modelové kapaliny a skloviny. Z toho plyne, že postup A, pro určování odpovídajících si teplotních škal na modelu a díle, není vhodný, a proto je pro výpočet teplotních škal použit postup B vycházející z (25).

### Postup B

V postupu B se vychází pro určení škal teplot na modelu a díle z (25), tj. platí

$$\frac{g_E \beta_E L_E^3 T_E}{a_E \nu_E} = \frac{g_M \beta_M L_M^3 T_M}{a_M \nu_M}. \quad (32)$$

Protože platí  $g_E = g_M$ , potom po úpravě můžeme napsat

$$\left[ \frac{L_M}{L_E} \right]^3 = \frac{\beta_E T_E}{a_E \nu_E} \cdot \frac{1}{\beta_M} \cdot \frac{a_M \nu_M}{T_M}. \quad (33)$$

Z rovnice (33) je možno jednoduchým iteračním postupem popsaným v [17] vypočítat odpovídající teplotu  $T_M$  na modelu zvolené teplotě  $T_E$  na díle, za předpokladu znalosti:

- měřítka modelu,
- vlastností skloviny,
- vlastností modelové kapaliny.

V tabulce VI jsou uvedeny odpovídající si teploty modelu a díla spočítané pro měřítka 1 : 15 a 1 : 20. Hodnoty vlastností modelové kapaliny a skloviny byly odečteny z tabulky I a II nebo byly vypočteny z rovnic (18) až (23).

*Tabulka VI*  
Teploty na modelu a díle

měřítko 1 : 15		měřítko 1 : 20	
$T_E$ [K]	$T_M$ [K]	$T_E$ [K]	$T_M$ [K]
1 350	287,8	1 350	299,4
1 400	293,8	1 400	305,8
1 450	299,7	1 450	312,3
1 500	305,7	1 500	318,7
1 550	311,6	1 550	325,2
1 600	317,6	1 600	331,7
1 650	323,5	1 650	338,1
1 700	329,5	1 700	344,6
1 750	335,4	1 750	351,0

Z tabulky VI byly vyčísleny pro škály teplot rovnice:

— pro měřítko 1 : 15 platí

$$T_E = 8,378T_M - 1\,060,7 \quad (34)$$

(korelační koeficient  $r_{x,y} = 0,998\,5$ )

$$T_M = 0,119T_E - 127,2 \quad (35)$$

(korelační koeficient  $r_{x,y} = 0,998\,4$ )

— pro měřítko 1 : 20 platí

$$T_E = 7,734T_M - 964,9 \quad (36)$$

(korelační koeficient  $r_{x,y} = 0,998\,5$ )

$$T_M = 0,129T_E + 125,4 \quad (37)$$

(korelační koeficient  $r_{x,y} = 0,998\,5$ ).

Vhodnost a reálnost škál teplot podle tabulky VI byla ověřena opět podle měřítka elektrických vlastností. Pro měřítko 1 : 15 a zvolený teplotní interval na díle ( $T_{\min} = 1\,573$  K a  $T_{\max} = 1\,773$  K) a jemu odpovídající teplotní interval na modelu ( $T_{\min} = 314,4$  K a  $T_{\max} = 338,2$  K) platí podle (29), že

$$\left[ \frac{0,041\,5}{0,028\,3} \right]_E \sim \left[ \frac{22,4}{5,24} \right]_M, \quad (38)$$

$$1 \sim 2,91. \quad (39)$$

Pro měřítko 1 : 20 a pro stejně zvolený teplotní interval na díle, kterému na modelu odpovídá teplotní interval ( $T_{\min} = 328,2$  K a  $T_{\max} = 354$  K) platí podle (29), že

$$\left[ \frac{0,0415}{0,0283} \right]_E \sim \left[ \frac{9,432}{2,227} \right]_M, \quad (40)$$

$$1 \sim 2,88. \quad (41)$$

Ze vztahů (39) a (41) vyplývá, že rozdíl strmostí charakteristiky „ $\varrho_{el} - T$ “ modelové kapaliny a skloviny leží pro obě geometrická měřítka v přípustných, experimentálně v [17] ověřených mezích, a proto je postup B pro určování teplotních škál na modelu a díle vhodný.

### MĚŘITKA POTENCIÁLŮ, PROUDŮ A PŘÍKONŮ

Je-li určena škála teplot na modelu, je možno na základě (26) určit škálu potenciálů, proudů a příkonů.

— pro elektrický potenciál platí

$$\left( \frac{\Phi_M}{\Phi_E} \right)^2 = (\kappa_M \lambda_M T_M) \cdot (\kappa_E \lambda_E T_E)^{-1}, \quad (42)$$

— pro elektrický proud platí

$$\frac{I_M}{I_E} = (\kappa_M \Phi_M L_M) \cdot (\kappa_E \Phi_E L_E)^{-1}, \quad (43)$$

— pro elektrický příkon platí

$$\frac{P_M}{P_E} = (\kappa_M \Phi_M^2 L_M) \cdot (\kappa_E \Phi_E^2 L_E)^{-1}. \quad (44)$$

Při výpočtu škál veličin podle (42) až (44) je nutné volit odpovědně referenční teplotu na díle a k ní vypočtenou odpovídající teplotu na modelu, neboť škály elektrických potenciálů, proudů a příkonů jsou na volené referenční teplotě  $T_R$  závislé, což dokazují hodnoty v tabulce VII.

*Tabulka VII*

Škály elektrických potenciálů, proudů a příkonů ve vztahu k referenční teplotě díla

měřítko	$T_R$ [K]	$T_M$ [K]	$\Phi_M \cdot \Phi_E^{-1}$	$I_M \cdot I_E^{-1}$	$P_M \cdot P_E^{-1}$
1 : 15	1 500	305,7	1,63	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$
	1 600	317,6	1,12	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$
	1 700	329,5	0,78	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$
	1 800	341,4	0,54	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
1 : 20	1 500	318,7	1,08	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$
	1 600	331,7	0,74	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$
	1 700	344,6	0,52	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$
	1 800	357,5	0,36	$2,6 \cdot 10^{-4}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$

Známe-li teplotní měřítko, je možno určit škály dalších veličin, kterými při fyzikálním modelování sklářských tavicích pecí jsou odběr, rychlosť a čas. Škála odběru plyne z požadavku, že poměr odběrové a cirkulační rychlosti musí být na modelu a dle stejný, a proto pro ni platí

$$\frac{Q_M}{Q_E} = \varrho_M \varrho_E^{-1} \cdot s^{5/2}. \quad (45)$$

Ze (45) je možno určit škálu rychlosťí (46)

$$\frac{v_M}{v_E} = s^{1/2} \quad (46)$$

a z (46) platí pro škálu času (47)

$$\frac{t_M}{t_E} = s^{1/2}. \quad (47)$$

## ZÁVĚR

Pro modelování teplotního, rychlostního a elektrického pole ve sklovině, přihlížíme-li k energetické stránce provozu pece, tj. nezanedbáváme konvekci, je požadováno zachování rovnosti Rayleighova kritéria ( $Ra$ ) a kritéria výkonového ( $Po$ ). Rayleighovo kritérium je však nutno zapisovat ve správném tvaru, tj. s teplotou a ne s rozdílem teplot jak tomu bylo dříve, kdy chyba pramenila z nesprávně chápáního a zapisovaného Grashofova čísla ( $Gr$ ). Nový tvar  $Ra$  dovoluje určit při znalosti měřítka délka a vlastnosti modelové kapaliny a skloviny škálu teplot, která je výchozím bodem pro určení škál ostatních veličin.

## Seznam symbolů

$\varrho$	hustota [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]
$v$	rychllosť [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$t$	čas [ $\text{s}$ ]
$\tau$	napětí [ $\text{Pa}$ ]
$p$	tlak [ $\text{Pa}$ ]
$c_p$	měrné teplo [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ]
$T$	teplota [ $\text{K}$ ]
$\lambda$	tepevná vodivost [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ]
$\kappa$	měrná elektrická vodivost [ $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ ]
$E$	intenzita elektrického pole [ $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ ]
$\Phi$	elektrický potenciál [ $\text{V}$ ]
$\beta$	koeficient objemové roztažnosti [ $\text{K}^{-1}$ ]
$\nu$	kinematická viskozita [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$\alpha$	teplotní vodivost [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ]
$\varrho_{el}$	měrný elektrický odpor [ $\Omega \cdot \text{m}$ ])
$L$	délkový rozměr [ $\text{m}$ ])
$g$	tíhové zrychlení [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ]
$s$	měřítka délkové
$I$	elektrický proud [ $\text{A}$ ])
$P$	elektrický příkon [ $\text{W}$ ])
$Q$	odběr [ $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ])

## Indexy

- p za konstantního tlaku  
 ef efektivní  
 R referenční  
 E pro pec (dílo)  
 M pro model

## Jiná označení

- $\frac{D}{Dt}$  substanciální derivace  
 $\nabla$  Hamiltonův operátor

## Literatura

- [1] Buckingham E.: Jour. Amer. Ceram. Soc. 20, 1 (1937).
- [2] Peyches I.: Verres Refract. 1, 3 (1947).
- [3] Schimada H.: Glastechn. Ber. 27, 151 (1954).
- [4] Michaels P. A.: Glass Technol. 40, 470T (1956).
- [5] Cooper A. R.: Jour. Amer. Ceram. Soc. 43, 97 (1960).
- [6] Safaieh M. R.: Glastechn. Ber. 41, 87, 129 (1968).
- [7] Staněk J., Šašek L., Meissnerová H.: Glass Technol. 10, 43 (1969).
- [8] Staněk J.: *Elektrické tavení skla*, SNTL, Praha 1976.
- [9] Guarda R. A.: Jour. Amer. Ceram. Soc. 61, 388 (1978).
- [10] Hrmá P.: Jour. Amer. Ceram. Soc. 66, 519 (1983).
- [11] Hrmá P.: Sklár a keramik 31, 36 (1981).
- [12] Bernard V.: Referát ke kandidátskému minimu, SLS ČSAV a VŠCHT Praha, 1982.
- [13] Franěk A., Němeček M.: Gamm-Tagung 1982, 63, T244 (1983).
- [14] Štefan J.: Silikaty 23, 37 (1979).
- [15] Štefan J., Skřivan M.: Silikaty 23, 233 (1979).
- [16] Curlet N. W. E. et al.: AIChE Journal 30, 219 (1984).
- [17] Kasa S., Staněk J.: Silikaty (v tisku).

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТЕКЛОВАРЕННЫХ ПЕЧЕЙ НА ФИЗИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Станислав Каса, Ярослав Станек

кафедра технологии силикатов, Химико-технологический институт  
166 28 Прага 6

Процессы, т. е. перенос энергии, движение, диффузия и реакции, протекающие в стекловаренной печи, реализуются в физических полях внутри стекломассы. Поля описываются уравнениями непрерывности, движения, энергии и электрического поля. Для моделирования стекловаренных печей на физической модели оказывается необходимым, чтобы в модели протекали процессы одинакового вида, чтобы были описаны по форме и содержанию с помощью одинаковых уравнений и чтобы также одинаковыми оказывались определяющие критерии, выведенные из приводимых уравнений. В нашем случае достаточны критерии  $P_t$ ,  $R_a$ ,  $P_o$ .

Работа подчеркивает необходимость исходить при подобных рассмотрениях из правильного вида уравнения движения, чем обеспечивается правильный вид критерий Грасгофа, обозначаемого как модифицированный критерий Грасгофа (см. (10)). В таком случае до сих пор применяемый критерий Грасгофа следует понимать как разность двух модифицированных критерий.

Так как приоритетным условием правильной установки модели является знание масштаба температур, приводится расчет данного масштаба с одной стороны из усло-

вия выполнения равенства критерия Прандтля (прием А), с другой стороны из равенства критерия Рейлеига (прием В). На основании сопоставления сходства электрических свойств модельной жидкости и стекломассы можно установить, что для определения масштаба температур пригодным оказывается только прием В. В заключение приводятся дополнительные расчеты масштабов потенциалов, токов, потребляемых мощностей, времени, скорости и потребления.

*Ruc. 1. Зависимость  $\log Pr_M = f(T_M)$  и  $\log Pr_E = f(T_E)$ , определяющие масштаб температур: • — для модели (M), x — для установки (E).*

## DETERMINATION OF CONDITIONS FOR MODELLING GLASS FURNACES ON A PHYSICAL MODEL

Stanislav Kasa, Jaroslav Staněk

*Department of the Technology of Silicates  
Institute of Chemical Technology, 166 28 Prague 6*

The processes involved in the melting of glass, i.e. energy transfer, movement, diffusion and reactions, occur in physical fields inside the glass melt. The fields are described by equations of continuity, movement, energy and electric field. In the modelling of glass melting furnaces on a physical model it is necessary that processes of the same type should take place in the model, that they should be described by equations identical both in form and content, and that the determining criteria derived from these equations should also be identical. In the present case, the  $Pr$ ,  $Ra$ ,  $Po$  criteria are satisfactory.

The contribution points out the necessity to base the similarity considerations on a correct form of the movement equation, which leads to a correct form of Grashof's criterion, called modified Grashof's criterion (cf. (10)). The form of Grashof's criterion used so far should be regarded as a difference of two modified criteria.

A knowledge of the temperature scale is the priority condition of a correct model setting, calculation of this scale is demonstrated using the condition conforming to the equality of Prandtl's criterion (procedure A) and on the principle of equality of Rayleigh's criterion (procedure B). A comparison of similarity in the electrical properties of the model liquid and those of the glass melt allows to conclude that only procedure B is suitable for the determination of the temperature scale. Supplementary calculations of scales for potentials, currents, inputs, time, speed and withdrawal were carried out afterwards.

*Fig. 1. Relationships  $\log Pr_M = f(T_M)$  and  $\log Pr_E = f(T_E)$  determining the temperature scale*

• for the model (M), x — for the actual furnace (equipment — E).

ALKALICKÁ AKTIVACE latentně hydraulických látok, zejména strusek, působením např. NaOH, křemičitanu sodného (s různým modulem) je podle výsledků dosažených v řadě zemí učinnější než aktivace těchto látok působením vápna nebo CaSO<sub>4</sub>. Výsledky dosažené v SSSR, Finsku, Indii, Polsku a Japonsku vedly k vývoji a již k částečné exploataci nových typů anorganických pojiv, které neobsahují cementářský slínek (nebo jen v minimální míře). V těchto pojivech je nezádoucí přísada sádrovec. Tato struskoalkalická pojiva dosahují v řadě případů vyšších pevností než běžné struskoportlandské cementy a jsou nízkoenergetickou variantou vysokopevnostních cementů. Vlastnosti struskoalkalických pojiv jsou závislé nejen na koncentraci alkalických složek, ale i na lokalitě (původu) strusky či jiné latentně hydraulické látky. Podle zahraničních údajů mohou takové alkalicky buzená pojiva dosahovat značných pevností (při tvrdnutí při obyčejné teplotě i přes 100 MPa, při hydrotermálních podmínkách i více). Velmi rozsáhlý výzkum struskoalkalických pojiv je prováděn v SSSR (Kijevský polytechnický institut) a ve Finsku (F-cement). Vice než dvacetileté výzkumné, poloprovozní a provozní zkoušky se struskoalkalickými cementy a betony vedly v SSSR k užití již více než 2 mil. m<sup>3</sup>, struskoalkalických betonů v minulých letech. Tématicce struskoalkalických (bezslínkových, bezsádrovcových) cementů a betonů byly věnovány již dvě všesvazové specializované konference v Kijevě.

Cement (SSSR), č. 11, 1985

Škvára