

# PRAVDĚPODOBNOSTNÍ PŘÍSTUP K OPTIMALIZACI KONSTRUKČNÍHO ŘEŠENÍ SPOJE KOVOVÉ ARMATURY A KERAMIKY IZOLÁTORU SPIRELEC

MILAN ŠVARC, VLADIMÍR HANYKÝK, \* STANISLAV ŠABATA\*\*

Státní výzkumný ústav pro stavbu strojů, Běchovice, 190 00 Praha 9

\*Katedra technologie silikátů, Vysoká škola chemicko-technologická, 166 28 Praha 6

\*\*Elektroporcelán, 140 15 Louny

Došlo 21. 7. 1988

*Je studována možnost aplikace stochastické metodiky výpočtu stavu napjatosti a pevnostního hodnocení pro optimalizaci konstrukčního řešení spoje litinové armatury a tělesa porcelánového izolátoru Spirelec z hlediska dosažené maximální únosnosti keramického dílu. Výpočtem jsou uváženy stochastické fluktuace skutečné geometrie obou součástí spoje v rámci návrhových tolerancí rozměrů a kritériem optimálního řešení je minimalizace pravděpodobnosti porušení keramického tělesa v kritických průřezech překročením statické meze pevnosti. Numerické hodnoty charakteristik rozdělení mezního parametru byly získány z technologických provozních měření odolnosti izolátorů Spirelec 110 kN.*

## ÚVOD

Spojení litinové armatury a keramického tělesa je u porcelánových izolátorů typu Spirelec řešeno tmelením příčně žebrovaného válcového trnu armatury do válcové dutiny tělesa izolátoru cementovým tmelem. Oblast přechodu dutiny do plného průřezu tělesa izolátoru je kritickým místem iniciujícím selhání při namáhání v průběhu statické zkoušky pevnosti hotových výrobků předepsané technickými přejímacími podmínkami. Předkládaný výpočet umožňuje optimalizaci tvarového řešení trnu a dutiny z hlediska dosažení maximální únosnosti keramického tělesa při zachování dosavadní technologie spojení. V souladu se světovým trendem přístupu k spolehlivostnímu hodnocení komponent energetických zařízení je výpočet proveden stochastickou metodou, která umožňuje explicitně respektovat náhodnost relevantních konstrukčních veličin.

## PRAVDĚPODOBNOSTNÍ MODEL SELHÁNÍ

### Stochastická metodika výpočtu

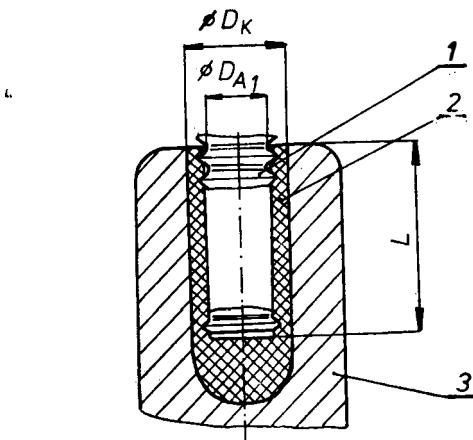
V souvislosti se vzrůstem nároků na funkční spolehlivost technických systémů, zaznamenaným zejména následkem stále se rozšiřujícího využívání jaderných energetických zařízení, prodělává technická mezioborová disciplína predikce a hodnocení spolehlivostních parametrů komponent mechanických systémů intenzivní rozvoj. Na jedné straně, z hlediska potřeb kvalitativního i kvantitativního modelování složitých technických systémů budovaného v současnosti výhradně na základě matematické logiky a počtu pravděpodobnosti (metody stromu poruch resp. událostí), vyplývá nutnost zásadně nového přístupu k analýze interakce působícího namáhání a existující okamžité odolnosti jednotlivých prvků podávajícího o jejich spolehlivostním chování informaci stochastického charakteru. Na straně druhé je stochastický přístup vynucován kvalitativním posunem v oblasti vlastního modelování provozního chování prvků směrem k identifikaci jednotlivých fyzi-

kálně chemických procesů interakce odolnosti a namáhání, které jsou svou podstatou vždy náhodnými ději.

Uváděný příklad optimalizace návrhu komponentu mechanického systému pravděpodobnostním výpočtem představuje pouze dílčí řešení naznačené problematiky v jejím stochasticky stacionárním případě [1]; přesto má kromě své hodnoty didaktické i význam praktické realizace.

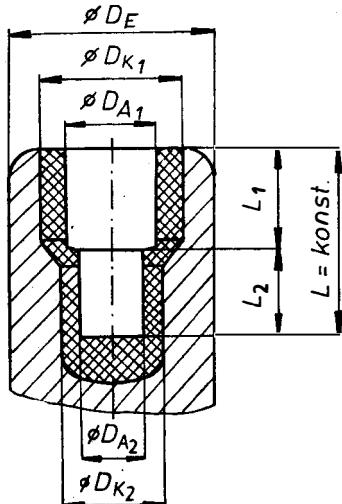
### Algoritmus optimalizace tvarového řešení spoje

Původní řešení spoje ocelové armatury a keramického tělesa izolátoru Spirelec je zjednodušeně znázorněno na obr. 1. Vzhledem ke vztahujícím nárokům na pevnost spojení a snaze po snížení počtu výrobků vyřazovaných statickou zkouš-

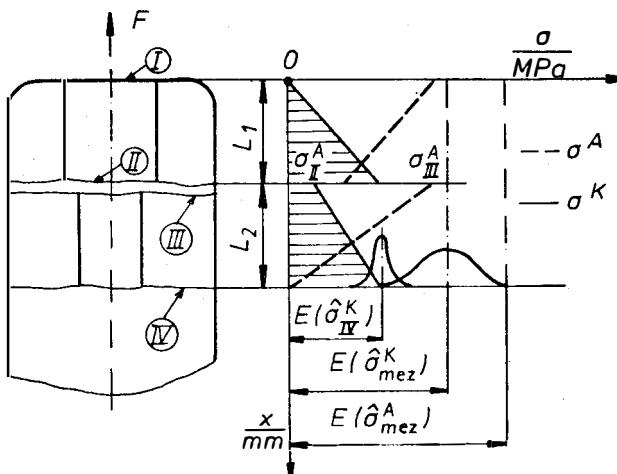


Obr. 1. Schematické znázornění původního řešení spoje keramiky s kovovou armaturou izolátoru Spirelec.

kou pevnosti byl řešen úkol optimalizace řešení spoje při zachování dosavadní technologie výroby. Omezující podmírkou danou funkcí výrobku bylo zachování montážní délky izolátoru a jeho elektrické pevnosti, z čehož vyplývá omezení délky zahľoubení armatury do tělesa izolátoru. Zvolené alternativní řešení spoje, znázorněné na obr. 2, si klade za cíl zvýšit spolehlivost spoje optimalizací poměru tečného napětí na stěnách dutiny keramického tělesa a normálného napětí v jeho kritických příčných průřezech II a IV podle obr. 3. Současně je kontrolováno napětí v průřezech I a III dříku armatury. Pro výpočet stavu napjatosti dříku armatury a keramického tělesa izolátoru se předpokládalo rovnoměrné rozdelení tečného napětí na rozhraní cementového tmelu a povrchu dutiny izolátoru. Odpovídající průběhy normálného napětí po délce armatury a izolátoru jsou na obr. 3. Parametry geometrické konfigurace návrhu spoje byly považovány za normálně rozdelené náhodně proměnné veličiny s charakteristikami rozdelení odvozenými z jmenovitých hodnot a z hodnot příslušných konstrukčních tolerancí [2]. Kritériem optimálního řešení je minimalizace pravděpodobnosti porušení ve dvou kritických příčných průřezech keramického tělesa, přičemž je předpokládána nezávislost obou těchto jevů. Dílčí pravděpodobnosti porušení se určí interferenčním srovnáním vypočtené



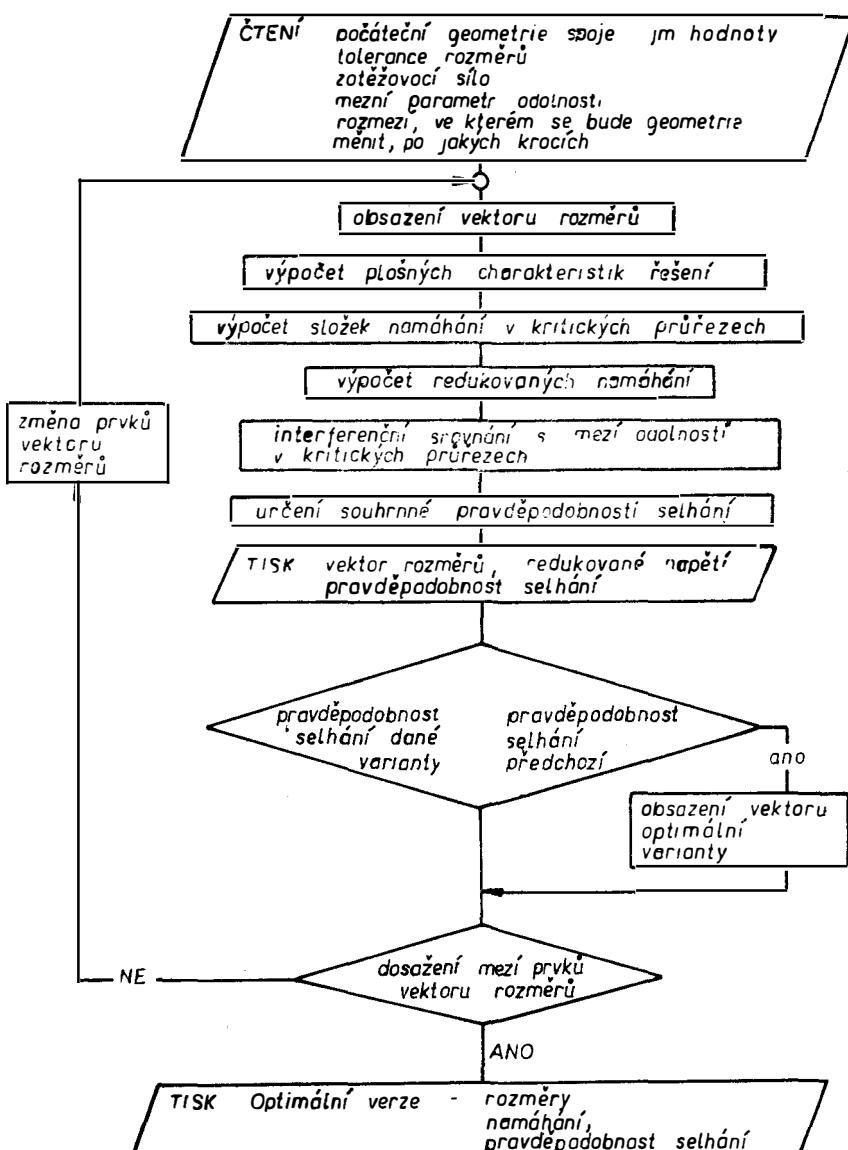
Obr. 2. Schematické znázornění alternativního řešení spoje se stejným zahľoubením jako při původním řešení.



Obr. 3. Schematické znázornění odpovídajících průběhů normálního napětí po délce armatury a izolátoru.

náhodné proměnné redukovaného napětí v kritickém průřezu podle hypotézy  $\sigma_{\max}$  a stochastické meze pevnosti v tahu určené z údajů zkoušek statické nosnosti izolátorů Spirelec 110 kN.

Vlastní optimalizační algoritmus probíhá podle blokového diagramu na obr. 4.



Obr. 4. Blokový diagram optimalizačního algoritmu.

#### MATEMATICKÉ PPROSTŘEDKY REALIZACE STOCHASTICKÉHO ALGORITMU

V případě pravděpodobnostního přístupu k řešení spolehlivosti prvku mechanického systému je třeba logické operace algoritmu řešení a početní operace numerického výpočtu realizovat se stochastickými objekty. Obeeně je tato úloha velmi komplikovaná, avšak vzhledem k charakteru uvažovaných aplikací je

možno obvykle přijmout některé omezující předpoklady pro definiční obor stochastických objektů umožňující provedení potřebných matematických operací analytickou cestou.

### Algebra normálních funkcí

Omezíme-li se na úlohu stanovení stochastických charakteristik funkcí náhodných argumentů s normálním rozdelením pravděpodobnosti, je možno pro reprezentaci stochastických proměnných použít zobrazení na množinu všech uspořádaných dvojic reálných čísel [3]. V této uspořádané dvojici je možno volit očekávanou hodnotu za ukazatele polohy a směrodatnou odchylku za ukazatele rozptylení náhodné proměnné. Přijetím předpokladů numerického omezení disperzní charakteristiky operandů pro jednotlivé matematické operace je zajištěna existence uzavřené algebraické struktury nad takto definovanou množinou stochastických objektů [4]. Bez odvození [5] uvádíme v tabulce I vztahy pro stanovení odpovídajících charakteristik výsledků matematických operací použitých v daném případě.

*Tabulka I*

Vztahy pro parametry rozdelení výsledků základních matematických operací pro nekorcelované operandy

Operace	Střední hodnota $E(Z)$	Rozptyl $D(Z)$
$\hat{Z} = \hat{X} \pm \hat{Y}$	$E(\hat{X}) \pm E(\hat{Y})$	$D(\hat{X}) + D(\hat{Y})$
$\hat{Z} = \hat{X} \cdot \hat{Y}$	$E(\hat{X}) \cdot E(\hat{Y})$	$E(\hat{X}) D(\hat{Y}) + E(\hat{Y}) D(\hat{X}) + D(\hat{X}) D(\hat{Y})$
$\hat{Z} = \hat{X}/\hat{Y}$	$E(\hat{X})/E(\hat{Y})$	$\frac{1}{E^2(\hat{Y})} \cdot \frac{D(\hat{X}) E^2(\hat{X}) + D(\hat{Y}) E^2(\hat{Y})}{E^2(\hat{Y}) + D(\hat{Y})}$
$\hat{Z} = \sqrt{\hat{X}}$	$\left( \frac{1}{2} \sqrt{4E^2(\hat{X}) - 2D(\hat{X})} \right)^{1/2}$	$E(\hat{X}) - \frac{1}{2} \sqrt{4E^2(\hat{X}) - 2D(\hat{X})}$
$\hat{Z} = \hat{X}^2$	$E^2(\hat{X}) + D(\hat{X})$	$4E^2(\hat{X}) D(\hat{X}) + 2D^2(\hat{X})$

### Uspořádání na množině stochastických proměnných

Na množině náhodných číselných objektů je možno uspořádání s pravděpodobnostní mírou definovat pomocí kvantifikace interferenčního přesahu stochastických objektů. Vzhledem k dříve přijatým předpokladům je znalost charakteristiky distribuce pravděpodobnosti objektů zajištěna. Pro pravděpodobnost realizace náhodné proměnné  $X$  v infinitesimálním okolí obecné hodnoty  $x$  je možno potom použít vztahu

$$P\{X < x\} = F(x), \quad (1)$$

kde  $F(x)$  je distribuční funkcií proměnné  $X$ .

Pravděpodobnost realizace veličiny  $Y$  větší než  $x$  je možno pomocí její distribuční funkce  $G(y)$  vyjádřit jako

$$P\{Y > x\} = 1 - G(x), \quad (2)$$

nebo, pokud existuje funkce hustoty pravděpodobnosti proměnné  $Y$ , pomocí jejího integrálu

$$P\{Y > x\} = \int_x^{\infty} g(y) dy. \quad (3)$$

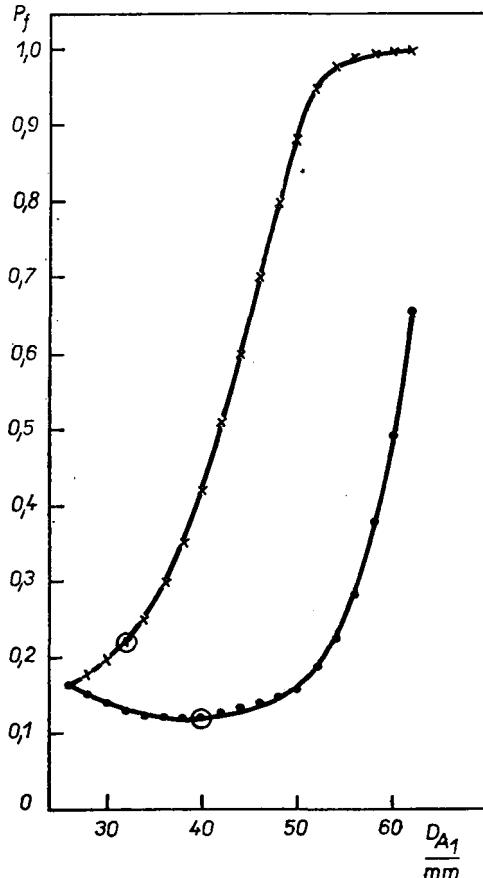
Za předpokladu stochastické nezávislosti obou proměnných pro výslednou pravděpodobnost uspořádání  $Y > X$  platí obecný vztah

$$P\{Y > X\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \left( \int_x^{\infty} g(y) dy \right) dx = \int_0^{\infty} f(x) [1 - G(x)] dx = 1 - \int_0^{\infty} G(x) dG(x). \quad (4)$$

Uspořádání na množině stochastických objektů je potom pro potřeby algoritmizace fyzikálního stochastického modelu možno definovat vztahem

$$Y > X \leftrightarrow P\{Y > X\} > 1 - \varepsilon, \quad (5)$$

kde  $\varepsilon$  je zvolená hodnota ( $\varepsilon \ll 1$ ).



Obr. 5. Průběhy pravděpodobnosti selhání v závislosti na průměru dříku; x — hladké provedení armatury, • — stupňovité provedení pro variantu  $D_{A2}/D_{A1} = 0,5$ ; pět žeber na průměru  $D_{A1}$ .

## NUMERICKÉ ŘEŠENÍ

Pro nalezení optimální varianty tvarového řešení byl výpočet pravděpodobnosti selhání podle blokového schématu na obr. 4 proveden pro rozmezí průměru horní části dříku armatury  $D_{A_1}$  26  $\div$  62 mm s krokem 2 mm Pro každou hodnotu průměru  $D_{A_1}$  byly spočteny pravděpodobnosti selhání odvozených stupňovitých variant s  $D_{A_2}$  pohybujících se po krocích 2 mm v rozsahu poměru průměrů obou částí  $D_{A_2}/D_{A_1}$  od 1,0 do 0,4. Pro každou z takto odvozených stupňovitých variant se délka části o menším průměru mění po krocích rovných rozteče příčného žebrování základního provedení armatury. Propočítávány jsou varianty s 1 až 6 žebry na dolní části armatury. Na obr. 5 jsou znázorněny průběhy pravděpodobnosti selhání pro jednotlivé varianty v závislosti na průměru horní části dříku pro hladká provedení a pro odstupňovaná provedení geometricky podobná provedení optimálnímu. Na obrázku jsou vyznačeny hodnoty odpovídající výchozímu řešení a řešení optimálnímu.

## ZÁVĚR

Naznačený pravděpodobnostní postup pevnostního výpočtu pro případ stochasticky stacionárního namáhání umožňuje explicitně uvažovat vliv řady vstupních veličin objektivně náhodného charakteru. V daném případě jednoduchého mechanického namáhání jsou jimi parametry geometrie součásti a charakteristika mezního stavu. V uvažovaném příkladu aplikace stochastické metodiky spolehlivostního výpočtu pro optimalizaci návrhu tvarového řešení spoje armatury a keramického tělesa izolátoru Spirelec z hlediska jeho únosnosti při statickém zatížení axiální tahovou silou bylo pro výsledné řešení dosaženo více než dvojnásobné snížení pravděpodobnosti porušení oproti základnímu tvaru, tj. při stejné pravděpodobnosti porušení pro původní a optimalizované řešení je dosaženo zvýšení statické pevnosti o 11 %. Uvedená metodika řešení je vhodná zejména pro součásti s vysokými požadavky na spolehlivost a pro součásti namáhané v provozu (nebo zkoušené) v režimu blízkém meznímu stavu pro porušení.

## Literatura

- [1] Metodická směrnice RVHP: Spolehlivost v technice. Metody výpočtu ukazatelů spolehlivosti pro metody „odolnost-namáhání“; Budapest, 1988.
- [2] Hrabák J., Švare M.: Výzk. zpráva SVÚSS-80-02015, Praha 9-Běchovice.
- [3] Besuner P. M.: Výzkumná zpráva EPRI NP 280, 1976.
- [4] Švarc M.: Výzk. zpráva SVÚSS-83-02016, Praha 9-Běchovice.
- [5] Haugen E. B.: *Probabilistic Approaches to Design*. J. Wiley, New York 1982.

*M. Švarc, V. Hanykýř, S. Šabata:*

ПРАВДЕПОДОБНОСТНЫЙ ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ  
КОНСТРУКЦИОННОГО РЕШЕНИЯ СОЕДИНЕНИЯ  
МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ АРМАТУРЫ И КЕРАМИКИ  
ИЗОЛЯТОРА SPIRELEC

Милан Шварц, Владимир Ганькирш\*, Станислав Шабата\*\*

*Государственный научно-исследовательский институт  
для конструирования машин, Беховице 190 00 Прага 9*

\* Кафедра технологии силикатов Химико-технологического института,  
166 28 Прага 6

\*\*Elektroporcelán, 440 15 Лоуны

Правдеподобностный способ расчета прочности в случае стохастически стационарного напряжения, согласно с блок-схемой на рис. 4, предоставляет возможность эксплицитно рассматривать влияние ряда входных величин объективного характера замены. В данном случае несложного механического напряжения это параметры геометрии детали и характеристика предельного состояния. Рассматривались пределы верхней части арматуры  $D_{A1}$  26—62 мм с шагом 2 мм. Для каждой величины среднего  $D_{A1}$  рассчитали правдеподобности отказа выведенных ступенчатых вариантов с  $D_{A2}$ , находящихся в шагах 2 мм в пределах соотношения обеих деталей  $D_{A2}/D_{A1}$  от 0,1 до 0,4. Были рассчитаны также варианты арматуры с 1—6 ребрами.

Рассматриваемый пример оптимизации решения формы соединения металлической арматуры и керамического тела изолятора с точки зрения его грузоподъемности при статической нагрузке аксиальным растягивающим усилием показывает, что имеется возможность получения больше чем двухкратного понижения правдеподобности нарушения в сопоставлении с основной формой. При одинаковой правдеподобности нарушения в случае обоих вариантов можно получить повышения статической прочности на 11 %.

*Рис. 1. Схематическое изображение оригинального решения соединения керамики с металлической арматурой изолятора Spirelec.*

*Рис. 2. Схематическое изображение альтернативного решения соединения с одинаковым зенкованием как при оригинальном решении.*

*Рис. 3. Схематическое изображение соответствующих ходов нормального напряжений по длине арматуры и изолятора.*

*Рис. 4. Блок-диаграмма оптимизирующего алгоритма.*

*Рис. 5. Ходы правдеподобности отказа в зависимости от диаметра стержня; x — гладкое исполнение арматуры, • — ступенчатое исполнение для варианта  $D_{A2}/D_{A1} = 0,5$ ; пять ребер на диаметре  $D_{A2}$ .*

PROBABILITY APPROACH TO OPTIMIZATION OF THE STRUCTURAL DESIGN OF JOINTS BETWEEN THE METALLIC FITTINGS AND CERAMICS IN THE SPIRELEC INSULATOR

*Milan Švarc, Vladimír Hanykýř,\* Stanislav Šabata\*\**

*State Research Institute for Machine Construction, Běchovice, 190 00 Prague 9*

*\*Department of Silicate Technology, Institute of Chemical Technology, 166 28 Prague 6*

*\*\*Elektroporcelán, 440 15 Louny*

The probability approach used in structural design for the case of stochastic stationary loading, according to the block diagram in Fig 4, allows a number of input quantities of objectively substitutive character to be explicitly considered. In the given case of simple mechanical loading these were the parameters of the part geometry and the characteristics of the limit state. The range of the top fitting section  $D_{A1}$  26—62 mm with a step of 2 mm was considered. The failure probabilities of the stepped variants (derived with  $D_{A2}$  stepped by 2 mm over the range of the ratio of the two parts,  $D_{A2}/D_{A1}$ , ranging from 0.1 to 0.4) were calculated for each  $D_{A1}$  diameter value. Variants of fittings with 1 to 6 ribs were also calculated.

The example of optimizing the shape design of a joint between the metallic fittings and the ceramic body of an insulator from the standpoint of its carrying capacity under static loading by an axial tensile force indicated that achievement of more than double decrease of the failure probability compared to the basic form is possible. The static strength can be increased by 11 % while maintaining the same failure probability for both variants.

*Fig. 1. Schematic representation of the original design of the joint between ceramics and the metallic fittings of the Spirelec insulator.*

*Fig. 2. Schematic representation of an alternative design of the joint using the same recessing as in the original design.*

*Fig. 3. Schematic representation of the corresponding courses of normal stress along the fittings and the insulator.*

*Fig. 4. Block diagram of the optimization algorithm.*

*Fig. 5. The courses of failure probability in terms of the stem diameter, x — smooth fitting design, • — stepped design for the variant  $D_{A2}/D_{A1} = 0.5$ ; five ribs at diameter  $D_{A2}$ .*

CRYSTALS — GROWTH, PROPERTIES AND APPLICATIONS (Kryštály — pestovanie, vlastnosti a použitie). Diel 10. Editor H. C. Freyhardt. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1984. 150 str., 69 obr., 5 tab., cena 126 DM.

Desiaty diel série o pokrococh v oblasti pestovania kryštálov, štúdia ich vlastností a aplikácií obsahuje tri kapitoly — výlučne od sovietskych autorov:

1. Ju. M. Tairov, V. F. Cvetkov: Pestovanie kryštálov polytypických látok, 35 strán, 142 odkazov.

2. V. V. Osiko, Ju. K. Voroňko, A. A. Sokol: Spektroskopické štúdie kryštálov s poruchami a transformácií štruktúr iónových kryštálov, 50 strán 93 odkazov.

3. V. I. Poležajev: Hydrodynamika, prenos tepla a látky počas rastu kryštálov, 61 strán, 255 odkazov.

Štúdiu polytypizmu kryštalických látok sa v posledných rokoch venuje zvýšená pozornosť a to nielen z teoretičkoryštalografických dôvodov, ale aj preto, že elektrofyzikálne vlastnosti rôznych polytypov tej istej látky sú značne líšia, čo ponúka možnosť „ladíť“ vlastnosti látky čisto štrukturálnym spôsobom (bez dopantov) — vypestovaním polytypu s požadovaným kladom vrstiev. Význam tohto faktu ešte zdôrazňuje to, že polytypizmus vykazujú mnohé polovodiče. Autori prvého príspevku — pracovníci Elektrotechnického inštitútu v Leningrade sa dostali do svetovej špičky práve vypracovaním technológie pestovania požadovaných polytypov SiC, ktorý je širokopásmovým polovodičom, a docieliili tým aj slušný kommerčný úspech. V príspevku prezentujú najmä výsledky týkajúce sa SiC: experimentálne štúdie i teoretické úvahy, z ktorých im vychádzá, že jednotlivé polytypy tej istej látky sa musia líšiť aj chemickým zložením, takže — prísnie vzaté — každý polytyp predstavuje samostatnú fázu charakterizovanú svojim zložením, ale aj kryštalografickými a termodynamickými parametrami. V závere príspevku sa zhŕnujú technologické podmienky úspešného pestovania.

Druhý príspevok je venovaný použitiu spektroskopických metód pri výskume štruktúrnych porúch a fázových transformácií iónových kryštálov. Autori ukazujú, ako môžu — najmä IČ a Ramanove spektrá, prispieť k objasneniu takých jemných štruktúrnych detailov, ktoré už röntgenová štruktúrna analýza nemôže zistiť — ide napr. o tvorbu zhlukov porúch v substitučných tuhých roztokoch, príčom sa používa ión lanthanoidu v roli spektroskopického indikátora. Príspevok sa zaobrá štruktúrami typu  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{Ln}_3\text{M}_5\text{O}_{12}$  ( $\text{Ln}$  — atóm lanthanoidu,  $\text{M}$  — Al alebo Ga), tuhými roztokmi v štruktúrach granátového typu a tuhými roztokmi  $\text{ZrO}_2$  a  $\text{HfO}_2$ , pričom je vo všetkých prípadoch vopred vykonaný dôkladný teoretický rozbor situácie.

Stále rastúce požiadavky na parametre monokryštálov pre vedecké i priemyslové účely (koncentrácia dislokácií, rozdelenie prímesí a pod.) vyžadujú detailné pochopenie procesov prebiehajúcich pri ich raste. V prípade pestovania kryštálov z taveniny alebo z roztoku hrá rozhodujúcu úlohu hydrodynamika, ako aj prenos tepla a látky. Problematika je neobyčajne komplikovaná a spočíva v riešení všeobecnych diferenciálnych rovníc mechaniky viskóznych kvapalín včítane Navierových-Stokesových rovníc, pre ktoré sa iba v posledných rokoch podarilo nájsť adekvátny matematický aparát použitím teórie podobnosti. Autor tohto príspevku formuluje najprv zásady všeobecnej teórie toku viskóznych kvapalín a potom analyzuje osobitnosti relevantné pre rast kryštálov, ako aj interakcie čiastkových faktorov, pričom sa zaobrá laminárnym prúdením až po hranicu turbulencie. Potom nasledujú špeciálne kryštalizačné modely so zdô-